

---

# Compression d'images sans pertes par transformation Mojette et codage différentiel

Abdelkrim Ouafi\*, Abdelmalik Taleb-Ahmed\*,  
Athmane Zitouni\*\*, Zineddine Baarir\*\*,

\* IUT GE2I – Université Valenciennes et du Hainaut Cambrésis  
Département Génie Electrique et Informatique Industrielle  
LAMIH UMR CNRS UVHC 8530, 59313 Valenciennes cedex 9

\*\* Université Mohamed Khider  
Laboratoire des Systèmes experts, Image et ses Application :07000 Biskra Algérie

[Ou\\_karim@yahoo.fr](mailto:Ou_karim@yahoo.fr); [taleb@univ-valenciennes.fr](mailto:taleb@univ-valenciennes.fr);  
[zitou\\_a@yahoo.fr](mailto:zitou_a@yahoo.fr); [zibaarir@yahoo.fr](mailto:zibaarir@yahoo.fr)

## Sections de rattachement : 61

*RÉSUMÉ.* La transformation Mojette est une version discrète exacte et redondante de la transformation de Radon. L'application de la transformation Mojette dans la compression d'image se base sur la similarité des projections de l'image selon différentes directions. Les principaux travaux dans ce domaine se basent sur le codage dit intra-projection et inter-projection. Dans ce dernier cas, pour cet article, nous proposons un nouvel algorithme basé sur les deux points suivant : (i) Une nouvelle approche d'interpolation des projections Mojette différente de l'interpolation linéaire actuellement utilisée. (ii) Elaboration d'un codage différentielle entre les différentes projections. Les résultats que l'on a obtenus sont meilleurs par rapport au codage inter-projection dans la plupart des cas, et son plus au moins comparables avec les approches récentes tel que JPEG 2000 et CALIC.

*MOTS-CLÉS :* Compression conservative, Transformation Mojette, Codage Différentielle, codage Intra-projection, codage Inter-Projection. JPEG2000, CALIC .

## 1. Introduction

La transformation Mojette est une transformation de Radon discrète exacte. Ces derniers années, la transformation Mojette a été appliquée dans plusieurs domaines, comme la reconstruction tomographique [3], compression et cryptages d'images [6][7], tatouage, etc. Dans ce travail, nous intéressons à la compression conservative par Mojette. On va ce basée sur les travaux récents de [6][7], pour essayer d'améliorer le

codage des projections Mojette.

Le plan de notre article est le suivant : en sections 2 et 3, on décrit la transformation Mojette direct est inverse. Ensuite, en section 4, les techniques appliquant les Mojette pour la compression d'image seront détaillés. En section 5, on détaille notre contribution pour améliorer le codage des projections Mojette à savoir une nouvelle méthode d'interpolation et un codage différentiel entre les projections. On termine en section 6 par les résultats obtenus et la comparaison avec les travaux les plus récents, notamment l'algorithme JPEG2000 et CALIC. Ensuite on termine en section 7 par une conclusion et des perspectives sur le travail.

## 2. Transformation Mojette Directe

La transformation Mojette est une transformation de Radon discrète exacte qui permet la représentation d'une image  $f(k, l)$  par une série finie de projections dont les éléments sont dénommés bins (cf. fig. 1). L'angle de projection  $\theta$  se définit par un couple d'entiers  $(p, q)$  premiers entre eux avec :

$$tg(\theta) = \frac{q}{p}. \quad (1)$$

La transformation Mojette est une transformation linéaire définit par [6][7]:

$$proj_{p_i, q_i}(b) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} f(k, l) \Delta(b + kq_i - lp_i), \quad (2)$$

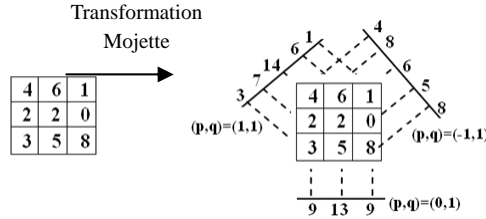
$$\text{Avec : } \Delta(b) = \begin{cases} 1 & \text{if } b = 0 \\ 0 & \text{if } b \neq 0 \end{cases}$$

Chaque bin  $b$  est la somme des pixels sur la droite [6-9] :  $b = -qk + pl$ . La Figure 1, démontre un exemple de la transformation Mojette selon l'ensemble de directions  $\{(0,-1), (1,2) \text{ et } (-1,1)\}$ . La complexité de l'algorithme de la transformation Mojette pour une image de dimension  $P \times Q$  avec  $I$  projections est  $O(PQI)$ . Le nombre de bins pour chaque projection est calculé par [9] :

$$|p|(Q-1) + |q|(P-1) + 1 \quad (3)$$

La transformation Mojette est redondante. Le facteur de redondance peut être calculé

$$\text{par [10] : } red = \frac{\sum \text{bins}}{\sum \text{pixels}} - 1 \quad (4)$$



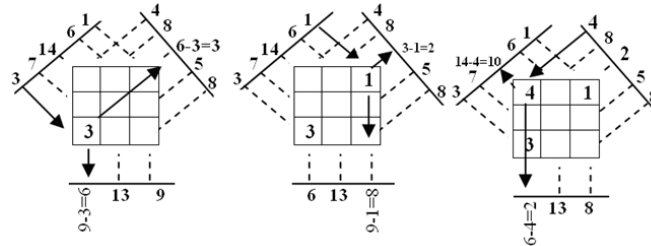
**Figure. 1 :** Exemple de transformation Mojette directe selon trois directions.

### 3. Transformation Mojette inverse

Selon le critère de Katz [11], une image de taille  $P \times Q$  est reconstituée par un ensemble de projections  $S_1 = \{(p_i, q_i), i \in \{1 \dots I\}\}$  si :

$$\sum_{i=1}^I |p_i| \geq P \quad \text{ou} \quad \sum_{i=1}^I |q_i| \geq Q \quad (5)$$

La reconstruction est basée sur la rétroprojection des bins en correspondance univoque avec un pixel. La contribution du pixel reconstruit est supprimée de toutes les projections faisant apparaître de nouvelles correspondances univoques. La figure 2 démontre un exemple de trois premières étapes de transformation Mojette inverse.



**Figure. 2 :** Trois premières étapes de la transformation Mojette inverse

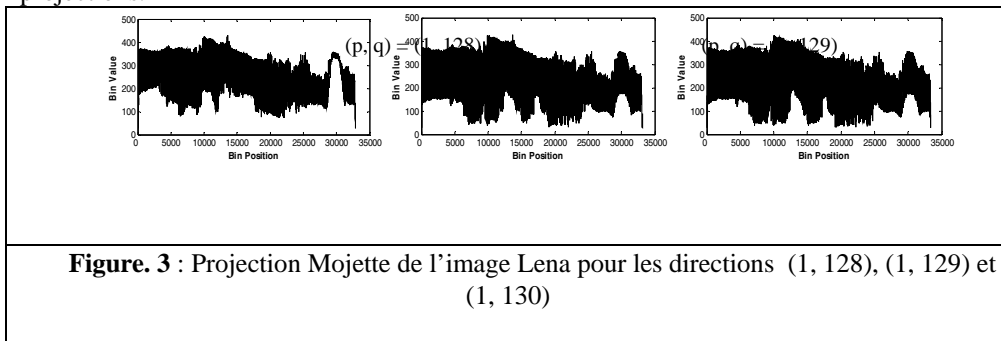
### 4. Technique de compression par transformation Mojette

Les travaux de [6][7], montrent l'existence d'une similarité entre les projections Mojette par des angles similaires et la possibilité d'exploiter cette similarité des algorithmes de compression d'images.

La figure 3, montre les projections de l'image Lena par les angles de projection  $\{(p_i, q_i) = (1, 128), (1, 129) \text{ et } (1, 130)\}$ . On peut remarquer la forte similarité entre les trois projections. Un zoom sur les projections montre l'existence aussi d'une certaine similarité dans la même projection (figure 4).

Les auteurs dans [6] ont proposé une technique de compression basée sur les

similarités dans la même projection appelée codage intra-projections et une deuxième technique basée sur les similarités entres des projections différentes dite codage inter-projections.



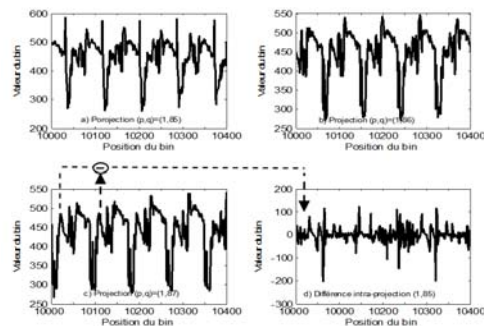
**Figure. 3** : Projection Mojette de l'image Lena pour les directions (1, 128), (1, 129) et (1, 130)

#### 4.1. Codage intra-projection

Le codage intra-projection, exploite la similarité (périodicité) dans la même projection Mojette. Il est noté dans [6] que les projections sont de quelques sortes périodiques de période  $q$ . A cet effet, le calcul de la différence entre le bin et le bin décaler de  $q$  dans la même projection permet d'avoir un signal de faible amplitude qui peut être codé efficacement. Figure 4.c explique ce principe. Un exemple d'un signal différence est illustré en figure 4.d.

#### 4.2. Codage inter-projection intra-projection

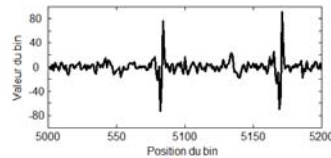
En plus de la similarité dans la même projection, il existe aussi une similarité entre les projections avec des angles similaires [6][7].



**Figure. 4** : Zoom des projections Mojette pour les directions (1, 85), (1, 86) et (1, 87) et la différence intra-projection de l'angle (1, 87), gamme [10000 : 10400]

Le codage inter-projection calcule la différence entre les bins du même rang entre les différentes projections. Il est appliqué généralement après le codage intra-projection. Cependant, le nombre de bins est variable pour chaque projection et dépend de l'angle de projection. Pour cela, il faut utiliser une interpolation sur les projections pour avoir des projections qui ont le même support. Ce support est évidemment égal au plus grand support des projections. Pour cette raison, une interpolation linéaire peut être utilisée [6]. Figure 5, montre un exemple de la différence inter-projection entre deux projections.

Pour pouvoir reconstruire l'information originale, le codage inter-projection, nécessite donc le codage des différences entre tous les projections, en plus le codage d'une projection de référence.



**Figure 5** : Codage inter-projections de l'image Lena entre les proj. (1, 85) et (1,86)

## 5. Méthode proposée

Notre méthode consiste à améliorer le codage inter-projection pour avoir un taux de compression plus élevé. Pour cela, on propose deux aspects, le premier consiste à utiliser une méthode d'interpolation différente de l'interpolation linéaire utilisée dans [6] et le deuxième réside dans l'utilisation d'un codage différentiel entre les différentes projections permettant d'éviter le codage de l'une de ces projections.

### a. Méthode d'interpolation

À la place de l'interpolation linéaire des vecteurs de projections utilisée dans [6][7], la méthode que nous proposons consiste à ajouter des bins supplémentaires qui sont égaux aux bins du vecteur de la projection de plus grande longueur. Ce principe permet d'avoir une différence nulle pour ces bins. La figure 6 montre la ressemblance entre les différentes projections et la méthode d'interpolation utilisée.

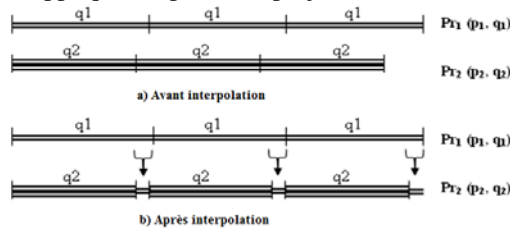
### b. Codage Différentielle

Le codage inter-projection proposé dans [6] consiste à coder les différences entre les projections ainsi que le codage d'une projection de référence [6][7]. Pour éviter le codage de cette dernière (qui présente une entropie un peu plus élevée (cf. Tab.1)), on propose comme solution d'utiliser un codage différentiel entre les projections défini de la manière suivante :

$L = \text{longueur des vecteurs de projections}$   
 $d(0) = \text{proj1}(0) ; i = 1 ;$   
 for  $j = 1 : L$   
 $d(i) = \text{proj1}(j) - \text{proj2}(j) ;$   
 $d(i+1) = \text{proj2}(j) - \text{proj1}(j+1) ; i = i + 2 ;$

end

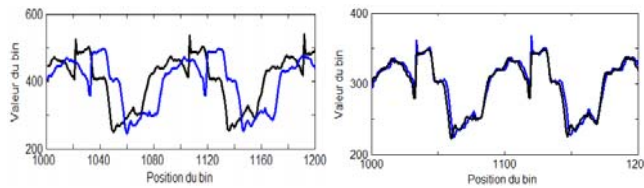
On calcule chaque fois la différence entre  $proj_1(i)$  et  $proj_2(i)$  et la différence entre  $proj_2(i)$  et  $proj_1(i+1)$ , et ainsi de suite. Ce principe est illustré en figure 7.a on peut aussi utiliser le principe représenté en figure 7.b de la même manière. Le signal différence obtenu est signal entier et permet une reconstruction parfaite des deux projections. Le même principe peut être appliqué sur plusieurs projections.



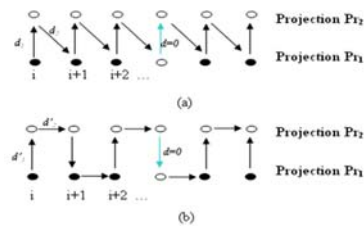
La reconstruction des projections à partir du signal différence est simple rapide est peut résumée comme suit :

$L = \text{longueur du vecteur du signal différence}$   
 $Proj1(0)=d(0) ; proj2(0)=d(1)-d(0) ; i=1 ;$   
 For  $j=2 :2 :L$   
 $Proj1(i)= d(j)- d(j-1) ;$   
 $Proj2(i)= d(j+1)- d(j) ; i=i+1 ;$

End



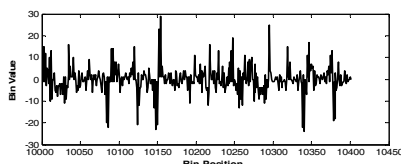
**Figure. 6 :** Principe de la méthode d'interpolation utilisée (panneau supérieur) et exemple d'application sur deux projections (1,85) et (1,86) sur l'image Lena (panneau inférieur).



**Figure . 7 :** Principe du codage différentiel entre deux signaux  $S_1$  et  $S_2$

Pour étudier l'influence de notre codage et l'amélioration par rapport au codage intra et inter-projection, on calcule l'entropie du signal intra et inter-projection d'une coté et l'entropie du signal différentiel calculé par notre méthode d'une autre coté (Tab 1). On peut distingué la réduction de l'entropie pour la plupart des images.

La Figure 8 représente deux exemples de signal différentiel obtenu par les projections (1, 128), (1, 129) sur l'image Lena.



**Figure 8** : Exemple d'un signal différence obtenu pour l'image Lena.

Codage Images	Intra (1,128)	Intra (1,129)	Inter (1,128) (1,129)	Total (intra+inter)	Total codage différentiel
Fruits	5.8325	5.8231	4.7487	5.2907	4.6264
Plane	6.1400	6.1293	5.3529	5.7465	4.8880
Woman	6.3080	6.3012	5.04995	5.6790	5.2013
lena	6.3306	6.3263	5.0171	5.6739	4.9169
peppers	5.9589	5.9573	4.5519	5.2555	4.6762
Mri	5.7179	5.7077	4.0093	4.8637	3.9532
Abdo	5.4621	5.4419	3.8242	4.6432	3.5568
Angi	5.3109	5.3094	4.3873	4.8492	4.4757
ankle	3.4978	3.4860	2.3052	2.9016	2.5536
Chest	4.4520	4.4478	3.0238	3.7380	3.1471
Knee	5.2947	5.2896	3.9986	4.6467	4.0666

**Table.1** : Entropie en bit par bin obtenue par les codages intra et inter-projection, ainsi que le codage différentiel utilisé pour notre méthode.

## 6. Résultats et discussions

Nous avons testé notre algorithme sur les images de test : images de Louvre (Flow1), images portraits () et images médicales (). présentés en figure 8. La transformation Mojette est réalisée selon les ensembles de projections [6]:

$$S1=\{(1,85), (1, 86)(1,87)\}, S2=\{(1,128), (1,129)\}, S3=\{(1,171), (1,172), (1, 173)\}.$$

Nous avons comparé les performances des différents algorithmes [6] avec notre approche à partir des critères : taux de compression et l'entropie en bit par pixel (bpp).

La Figure 9, illustre les résultats du taux de compression et de l'entropie obtenus. Une comparaison avec le codage inter-projection [6] ainsi que l'algorithme JPEG2000 conservatif est aussi présenté. On remarque une amélioration de l'entropie pour presque toutes les images de tests utilisés. A cet effet, les résultats des taux de compression sont améliorés par rapport à l'ancien codage inter-projections. Ces résultats se rapproche de celles de l'algorithme JPEG2000, mais restent toujours inférieurs. Cependant, l'amélioration proposée peut être utilisée dans des travaux postérieurs pour la compression d'images.

## 7. Conclusion

La méthode proposée dans cet article représente une amélioration certaine du codage inter-projections proposés dans les travaux antérieurs [6][7]. Elle permet d'avoir des résultats supérieurs que celles du JPEG 2000 dans plusieurs cas. Même si les résultats obtenus restent plus au moins inférieurs à ceux du JPEG2000 et CALIC, on peut conclure que notre méthode comme une base d'un algorithme de compression d'image.

## 8. Bibliographie

- [1] J. Vasarhelyi, P. Serfozo, Analysis of Mojette Transform Implementation on Reconfigurable Hardware, Dagstuhl Seminar Proceedings, 2006.
- [2] J-P. Guédon, D. Barba, N. Burger. Psychovisual Image coding via an exact discrete Radon Transform, Proc. SPIE VCIP'95, 2501 (1995), 562-572.
- [3] J-P. Guédon, N. Normand, Spline Mojette Transform, Application on Tomography and communication, EUSIPCO. Sep 2002.
- [4] J-P Guédon, B. Parrein, N. Normand, Internet Distributed Image Databases, Int. Comp. Aided Eng., Vol. 8,2001, pp. 205-214.
- [5] N. Normand, J-P. Guédon. "La transformée mojette : une représentation redondante pour l'image." 'Académie des Sciences, Infor. Théorique, Vol. 325, p123-126, 1997..
- [6] F. Atrousseau, B. Parrein, M. Servieres, "Lossless Compression Based on a Discrete and Exact Radon Transform: A Preliminary Study", IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'06, pp. 425-428, 2006.
- [7] A. Kingston, S. Colosimo, P. Campisi, F. Atrousseau, "Lossless Image Compression and Selective Encryption Using a Discrete Radon Transform", IEEE ICIP, 2007.
- [8] N. Normand, B. Parrein, Description multiple et codage source-canal sur un canal à effacement avec la Transformation Mojette, 17 GRETSI, 1999.
- [9] NORMAND, Nicolas, Représentation d'images et distances discrètes basées sur les éléments structurants à deux pixels, thèse, Nantes. 1997
- [10] Verbert P, Guédon J.P, *An exact discrete backprojection operator*, EUSIPCO'2002.
- [11] Katz, M.: Questions of uniqueness . Springer Verlag, Berlin, 1977.