
La modélisation de la gestion de flux par Réseaux de Petri et le trafic urbain

Marc Bourcerie*, Frédéric Guegnard*, Frédéric Bousseau**

* IUT – Université Angers LISA EA 4094
Département Génie Electrique et Informatique Industrielle
4 Boulevard Lavoisier 49000Angers Cedex

** IUT – Université Angers LISA EA 4094
Département Génie Mécanique et Productique
3 Rue H.Huré 49300 Cholet

marc.bourcerie@univ-angers.fr, frederic.guegnard@univ-angers.fr,
frederic.bousseau@univ-angers.fr.

Sections de rattachement : 61
Secteur : Secondaire

RÉSUMÉ. : L'observation et la régulation des flux trouvent leur utilité dans de nombreux domaines d'application : en production, pour les flux d'objets sur les lignes de fabrication, en génie informatique, pour les flux de données, en urbanisme, pour les flux de véhicules automobiles. Notre objectif est ici de présenter l'outil réseau de Petri comme étant apte à répondre à cette gamme de problèmes. Pour cela, nous présentons quelques modèles de captation de flux et de séquenceurs dynamiques en vue de mieux répartir la charge d'entités (objets, données) au sein d'une structure.

MOTS-CLÉS : réseaux de Petri,, gestion des flux, trafic urbain, modélisation, temps réel, séquenceur, régulation.

1. Introduction

Dans de multiples domaines, il est nécessaire d'observer les flux d'objets. Le contrôle et la surveillance des données permettent d'apporter une aide à la décision en terme de régulation. Ainsi, en amont d'un point de surveillance, on peut apporter des corrections qui vont dans le sens de la régulation. Ces notions sont d'actualité dans de multiples applications variées telles que les systèmes de production ou la surveillance des flux de données. Les réseaux de Petri (RdP) représentent un bon outil de simulation

et d'aide à la décision. La présentation est étayée par un exemple de surveillance de flux dans un réseau urbain qui doit être vu comme la projection de diverses applications. Nous considérons de manière générale, un site sous forme de réseau constitué d'axes mono-directionnels et de nœuds d'intersection. Dans ce réseau, circulent des objets de natures identiques (données, véhicules, pièces). L'objectif est de faire en sorte que le flux de ces objets soit au mieux réparti dans la structure, selon certains critères à définir et selon certaines contraintes. Nous nous intéressons donc à une modélisation modulaire de ces problèmes à l'aide de réseaux de Petri, structure qui y est bien adaptée.

Les RdP sont souvent exploités dans ce type d'applications. RdP temporisés et continus (Tol et al, 2005), RdP et algèbre Max+ (Nai et al, 2006), RdP hybrides (Di F et al, 2004), RdP colorés (Dot et al, 2004). Les RdP sont utilisés depuis très longtemps pour la représentation et l'étude des systèmes de production (Moo et al, 1994 ; San et al, 1998 ; Zim 1995). Nous nous intéressons plus spécifiquement à l'aspect séquentiel de ce problème avec des RdP ordinaires (Bou et al, 2005, 2007, 2008), en comptabilisant les objets et les orientant, avec la régulation des flux comme objectif final.

2. Les réseaux de Petri : définitions

Un Réseau de Petri (RdP) est un quadruplet $Q = \langle P, T, Pré, Post \rangle$ tel que :

$P = \{P_i\}, i \in \{1, \dots, n\}$ est appelé ensemble de places

$T = \{T_j\}, j \in \{1, \dots, m\}$ est appelé ensemble de transitions avec $P \cap T = \emptyset$

Pré et Post sont deux applications de $P \times T \rightarrow \mathbb{N}$. Pré(P_i, T_j) est le poids de l'arc reliant P_i et T_j . Post(P_i, T_j) est le poids de l'arc reliant T_j et P_i . On appelle matrice d'incidence avant et arrière les matrices :

$$W^+ = [w_{ij}^+] \text{ où } w_{ij}^+ = \text{post}(P_i, T_j) \quad W^- = [w_{ij}^-] \text{ où } w_{ij}^- = \text{pré}(P_i, T_j)$$

On appelle matrice d'incidence la matrice $W = W^+ + W^- = [w_{ij}]$

On appelle P-invariant toute pondération des places $P^T = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ telle que $P^T W = 0$ et T-invariant toute séquence $S = (\beta_1, \dots, \beta_m)$ telle que $W S = 0$

3 Mesure de flux : Les jauges

3.1 Mesure de flux absolu

L'opération préliminaire est celle qui consiste à concevoir un modèle de captation de flux de jetons dans une ligne de réseau de Petri. Ceci se réalise grâce au modèle de la figure 1.

Nous considérons une ligne, au sens large du terme, représentée par une succession de places et de transitions reliées par une série d'arcs. La cellule de mesure de flux (pointillés) est constituée d'une transition T1 qui génère un jeton dans la place P chaque fois qu'un jeton circulant sur la ligne traverse cette transition. On a ainsi une comptabilisation du nombre de jetons sur la ligne par comptage des jetons dans P. Si l'on rajoute la transition Tinit, validée par l'événement récurrent « e », la possibilité de mesure de flux moyen est offerte.

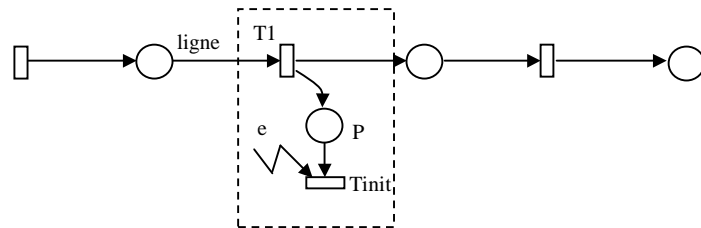


Figure 1 . Cellule de mesure de flux absolu

3.2 Mesure de flux relatif

Il est insuffisant d'opérer une mesure de flux absolu. La mesure de flux relatif en temps réel apporte une information forte pour l'aide à la décision. En effet, la comparaison de deux ou plusieurs flux sur des lignes différentes du site en temps réel va permettre, à terme de réajuster en amont le débit d'objets en fonction du cahier des charges. Cette mesure de flux relatif se fait grâce à diverses cellules, plus ou moins élaborées (Bou 2007). La cellule de base de ce type est présentée figure 2 (pointillés).

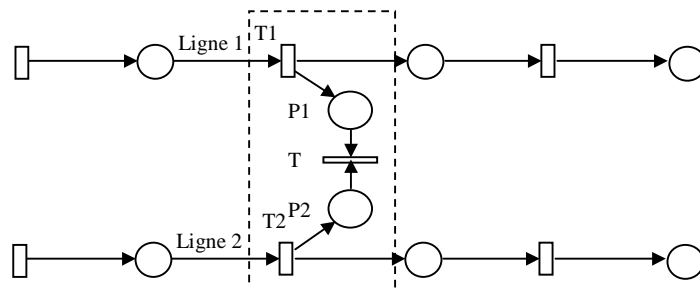


Figure 2 . Cellule élémentaire de mesure de flux relatif

L'ensemble représenté par les places P1, P2 et les transitions T1, T, T2 est un sous-réseau constituant cette cellule élémentaire. Ce réseau ne comporte pas de P-invariant et possède un T-invariant $T = (1,1,1)$.

Le marquage final M_f s'établit de manière classique à partir du marquage initial M_o suivant la relation [1].

$$M_f = M_o + \Delta M = M_o + WS \quad [1]$$

Supposons la séquence de tir suivante : $S = (n1, \min(n1,n2), n2)$ avec $n1 > n2$ qui se traduit par le fait que la différence de flux sur les deux lignes est de $n1-n2$.

Supposons le marquage initial $M_0 = (0,0)$.

Le marquage final est alors: $M_f = \Delta M = WS = (n_1 - n_2 \quad 0)$

On a, dans la place P1 (Resp P2), un nombre de jetons égal au surplus de flux sur la ligne 1 (Resp ligne 2) par rapport à la ligne 1 (Resp 2).

La figure 3 représente une variante de cette cellule (en pointillés). La possibilité de surveiller en temps réel l'équilibre des flux sur les deux lignes est maintenant offerte. Si les deux flux sont égaux on a, K ayant été préalablement déterminé (ici $K = 3$) :

$$m(P_{12}) = m(P_{21}) = K \quad [2]$$

Ce sous réseau comprend un P-invariant et 1T-invariant :

$$P^T = (0 \quad 1 \quad 1 \quad 0) \quad S = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)$$

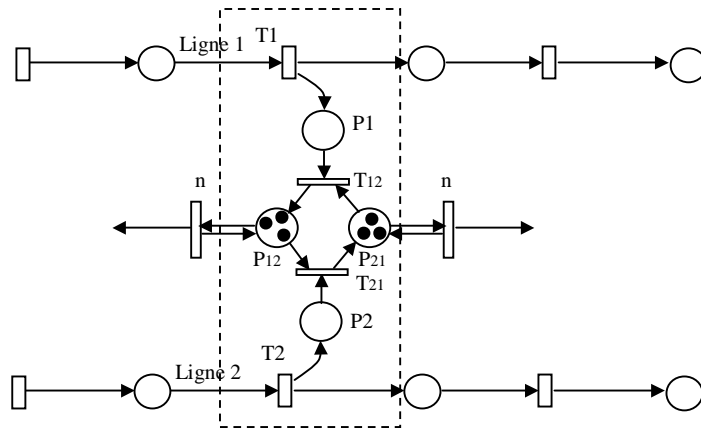


Figure 3 . Cellule de mesure de flux relatif

Le P-invariant nous permet d'écrire l'équation de marquage :

$$m(P_{12}) + m(P_{21}) = 2K \quad [3]$$

Supposons que n_1 jetons circulent sur la ligne 1 et n_2 jetons sur la ligne 2. Soit en conséquence, une différence de flux $0 \leq n_1 - n_2 \leq K$. La variation de marquage après mesure des flux relatifs est : $\Delta M = WS = \begin{pmatrix} 0 & n_1 - n_2 & n_2 - n_1 & 0 \end{pmatrix}$

Ainsi, à partir du marquage initial [2], on obtient le marquage final en utilisant [1], pouvant ainsi relever la différence des flux :

$$M_f = \begin{pmatrix} 0 & K & K & 0 \end{pmatrix} + \Delta M = \begin{pmatrix} 0 & K + n_1 - n_2 & K + n_2 - n_1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Le trafic urbain

A titre d'exemple, nous allons présenter un modèle de maillage pour le trafic urbain à circulation mono directionnelle. Cette image se présente sous forme de grille rectangulaire de dimensions $h \times v$ (pour *h*orizontale et *v*erticale). (figure 4). Les objets se déplacent du point A vers le point B sans retour en arrière possible.

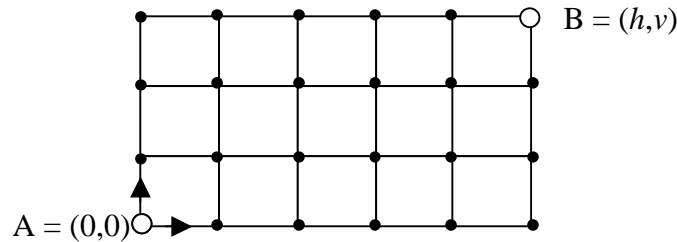


Figure 4 . *Modèle de réseau urbain*

Dans un premier temps, nous supposons qu'après chaque nœud, les objets se dirigent de manière équiprobable vers les deux nœuds suivants qui leur sont directement accessibles. Il s'ensuit un encombrement non uniforme de l'ensemble des nœuds de la structure. Il s'agit alors d'affecter pour chacune des deux directions après un nœud, une distribution non équiprobable. Pour $h = v = 5$, la figure 5a présente le résultat à obtenir, équilibrant ainsi la charge de chaque nœud.

Les coefficients à appliquer pour chacun des liens entre deux nœuds sont précisés figure 5b.

Cet exemple montre que les flux à contrôler sur deux directions ne sont pas nécessairement égaux si l'objectif est d'optimiser l'occupation des sites. Au niveau de la

modélisation de ces problèmes, il nous faut donc développer des séquenceurs aptes à prendre en compte de tels critères.

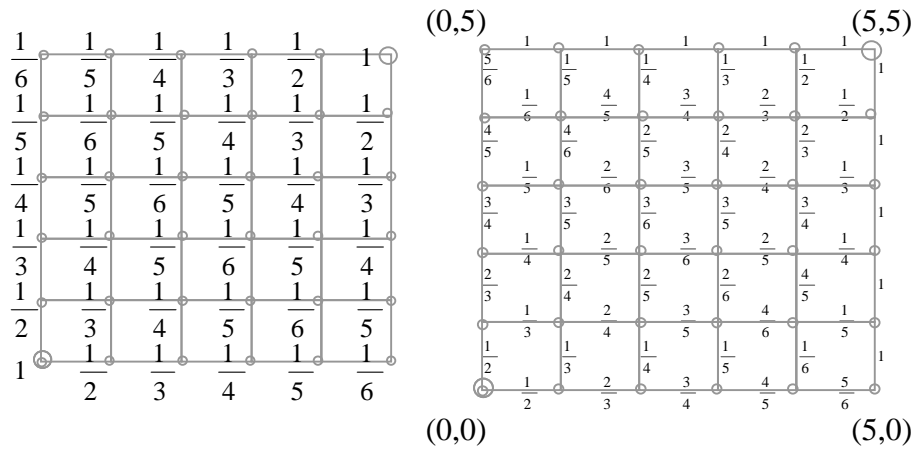


Figure 5.a Taux d'occupation équitale des noeuds **5 b** coefficients à appliquer

4. Contrôle des flux : Le modèle de séquenceur

5.1 Présentation du modèle statique

Le modèle de la figure 6a permet de distribuer $2/5$ des jetons vers la ligne 1 et $3/5$ des jetons vers la ligne 2. Ce modèle, présenté à titre d'exemple de distribution, pourrait être exploité pour représenter la distribution des objets à partir du point (2,1) de la figure 5b vers les points (2,2) et (3,1).

5.2 Analyse du modèle

Le réseau de Petri de la figure 6a présente 5 P-invariants de base et aucun T-invariant. Il n'est donc pas réinitialisable. Une séquence de tir possible avec le marquage initial est la séquence $S = (2 \ 1 \ 1 \ 3)$

Après cette séquence, on obtient : $\Delta M = (-5 \ 2 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$

et le marquage final : $M_f = M_0 + \Delta M = (0 \ 2 \ 3 \ 2 \ 0 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0)$

Ce résultat confirme bien que $2/5$ des jetons sont distribués vers la ligne 1 et $3/5$ vers la ligne 2. Le sous réseau de Petri délimité par le pointillé est réinitialisable : il possède 1 T-invariant et 3 P-invariants :

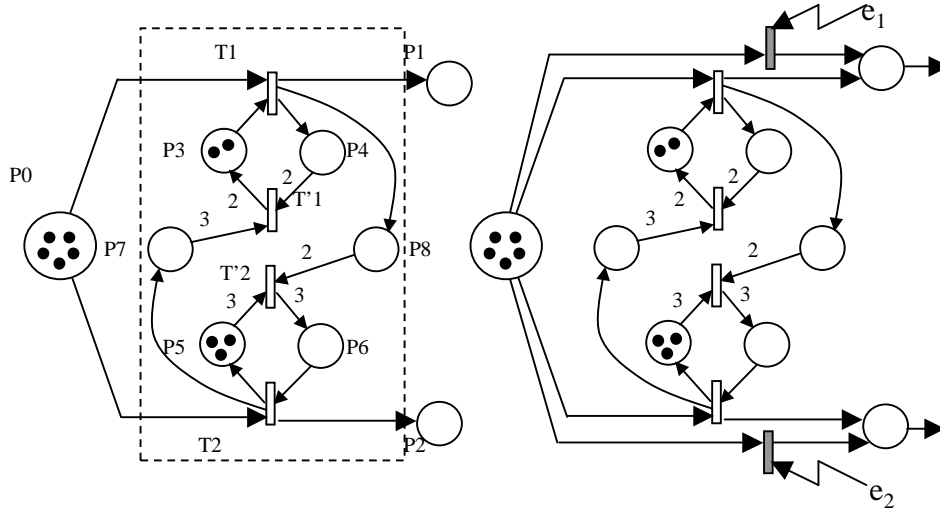


Figure 6a. Séquenceur statique

Figure 6b Séquenceur dynamique

Cette séquence S, proposée plus haut, ramène ce sous réseau à son marquage initial, permettant ainsi une nouvelle distribution des jetons arrivant dans la place P_0 selon les mêmes rapports $2/5$, $3/5$.

5.2 Présentation du modèle dynamique

Le modèle de la figure 6b est une variante du précédent. Il s'agit ici d'obtenir un modèle dynamique faisant varier les proportions de jetons dirigés vers l'une ou l'autre ligne. On opère en prélevant à la source (place P_0) un nombre de jetons donné (les transitions grisées sont prioritaires). Ces jetons-ci ne sont donc pas comptabilisés par le séquenceur.

5. Conclusion : La régulation des flux

Nous avons présenté deux familles de structures : D'une part les jauges, aptes à relever le flux relatif à deux lignes où circulent des objets, d'autre part les séquenceurs aptes à orienter les objets selon deux directions, suivant un certain rapport défini par la structure même de ces séquenceurs. En rendant le modèle dynamique, on offre la possibilité d'une interaction des modèles de la première famille sur les modèles de la

seconde. En effet, les jauges sont pourvues de la capacité de fournir un jeton lorsque le déséquilibre entre les flux atteint un certain seuil (défini par la valeur de « n » sur la figure 3). Ces jetons peuvent alors sensibiliser les transitions prioritaires de la figure 6 b (événements « e_1 et e_2 »). Cette technique de régulation a été préalablement testée et validée (Bou et al, 2007).

6. Bibliographie :

- Bourcerie M, Morel J-Y, Guégnard F 2005: « Une Modélisation de Séquenceur pour la Gestion de Flux sur Chaîne de Production » CNR IUT Rouen, Mai 2005.
- Bourcerie M.2007 « A Flow Regulation by generalized Petri Net », EUROSIM 2007, Ljubjana, Slovenia, September 9-14 2007
- Bourcerie M., Guegnard F. 2007 «Sur la flexibilité des modèles de séquenceurs dynamiques par réseaux de Petri»CIFA 2008, Bucarest, Roumanie 3-5 septembre 2008.
- Bourcerie M, « Les réseaux de Petri et le séquençage dynamique » 2008, 14^{ème} CNR IUT Lyon, juin 2008.
- Di Febrarro A, Giglio D, Sacco N 2004 « Urban traffic control structure based on hybrid petri nets » IEEE Transactions on intelligent Transportation Systems, Vol 5 n°4 2004 p 224-237.
- Dotoli. M, Fanti M.P, 2004 “An urban traffic network model via coloured timed Petri Net” WODES04 7th workshop on Discrete Event Systems September 04 Reims France.
- Moody J., Yamalidou K., Lemmon M., Antsaklis P. 1994 "Feedback control of Petri nets based on place invariants", in Proceedings of 33rd Conference on Decision and Control, Lake Buena Vista, FL, pp. 3104-09.
- Nait Sidi-Moh A, Manier M.A, Elmoudni A, Wack M., 2006 « Petri Net with conflicts and Max+ algebra for transportation systems » 11th IFAC Symposium on control transportation systems Delft Netherlands August 2006.
- Santarek K., Buseif I.M. 1998 : « *Modelling and design of flexible manufacturing systems using SADT and Petri Net tools* », JMPT 1998.
- Tolba C., Lefebvre D., Thomas P., Almoudni A.HAL Cahier du campus logistique n°2 « Des carrefours intelligents pour une meilleure gestion du trafic urbain ».
- Tolba C., Lefebvre D., Thomas P., Almoudni A.2005 « Continuous and timed Petri Nets for the macroscopic and microscopic traffic flow modelling”. Simulation Practice and theory vol 13 n°5 pp407-436 Juillet 2005.
- Zimmermann A. 1995. "Modeling of manufacturing systems and production routes using colored Petri nets". In : Proc. *Of the 3rd IASTED Int. Conf. On Robotics and Manufacturing*, Cancun, Mexico, p. 380-383.