
Vibrations dues au passage d'un tramway

Modélisations numériques et validations expérimentales

Marc Maldonado

*IUT - Université d'Angers
Département Génie Mécanique et Productique
3 rue Henri Huré – 49 300 Cholet
marc.maldonado@ec-nantes.fr*

Section de rattachement : 60
Secteur : Secondaire

RÉSUMÉ : Le tramway, outre le bruit qu'il génère, produit des vibrations qui prennent naissance au niveau du contact roue/rail pour se propager via le sol jusqu'aux habitations voisines, pouvant causer une gêne pour les riverains. La quantification de cette gêne concernant l'aspect vibratoire est un point à ne pas négliger lors de l'élaboration d'une nouvelle ligne, ou dans le cadre d'une amélioration de lignes existantes. Cet article présente (partiellement) la campagne expérimentale menée sur la ville de Nantes et les développements théoriques associés. Deux modèles complets incluant la voie et le sol sont notamment proposés pour l'estimation des vibrations propagées à la surface du sol. L'objectif final est de pouvoir fournir un "indicateur" des niveaux vibratoires à l'aide uniquement de simulations numériques.

MOTS-CLÉS : Tramway – Types de pose – Propagation d'ondes dans le sol – Approche expérimentale – Modélisation voie/sol – Excitation roue/rail – Simulations numériques

1. Introduction

1.1. Problématique

Les vibrations générées dans le sol par les transports guidés urbains peuvent conduire à des nuisances importantes pour les populations riveraines, en particulier dans le cas de rues étroites. La propagation de ces vibrations, de la voie aux bâtiments, puis la régénération de ces vibrations à l'intérieur des bâtiments peuvent être la source d'un bruit

de grondement audible dans la bande de fréquence 30-200 Hz. Des vibrations sensibles par l'homme dans la gamme 5-80 Hz peuvent également être présentes [1]. L'Union Internationale des Chemins de Fer (UIC) a reconnu le besoin de travaux de recherche sur ces phénomènes [2]. Le problème des vibrations générées dans le sol soulève en effet de nombreuses questions dont les plus fréquentes portent sur la manière de les atténuer, en particulier au niveau de la plate-forme, ou sur leur aptitude à se propager dans le sol sur une longue distance. De plus, la question de l'origine de ces vibrations, pourtant primordiale, est en général peu approfondie.

Dans ce cadre, il s'agit donc de concevoir des outils prévisionnels permettant de simuler au mieux les phénomènes observés. En fait, le cas des véhicules circulant à basse vitesse (comparée aux vitesses des ondes dans le sol) a été relativement peu étudié, sauf pour le cas des voies enfouies (métro). De plus, l'environnement urbain et les types de poses de voie rencontrés pour les tramways français ne sont pas souvent analysés dans la littérature, les voies étant généralement ballastées. Enfin, rares sont les auteurs qui s'attachent à prendre en compte avec précision l'ensemble des phénomènes (à savoir le véhicule en mouvement, la voie et le sol). À l'aide d'hypothèses simplificatrices, l'objectif dans notre étude vise donc à assurer au mieux le couplage véhicule/voie/sol grâce à une modélisation adaptée et en intégrant les résultats issus de la bibliographie. Le modèle doit donc permettre de prévoir de manière convenable et crédible la réponse des différents éléments (rail, dalle, sol) en fonction des caractéristiques des véhicules, de la voie et du sol. Le travail se décompose ainsi en quatre parties distinctes (pour des détails, voir [3]) :

- **l'étude bibliographique** dont l'objectif est de faire rapidement le point d'une part, sur les connaissances actuelles concernant les vibrations dans le domaine ferroviaire, et d'autre part de montrer l'intérêt des travaux présentés brièvement dans ce papier ;
- **la campagne expérimentale** qui permet d'analyser le comportement vibratoire des différents éléments entrant en jeu dans le phénomène étudié. Les mesures vibratoires sont effectuées notamment sur les essieux, le rail et le sol ;
- **les modèles numériques** avec différentes propositions pour prendre en compte deux types de pose de voie (une pose classique sur dalle d'assise, site Ferrière, et une pose sur "dalle flottante" correspondant à une pose isolante, site Libération) ;
- **la confrontation modèles/mesures**, les simulations numériques étant réalisées sur différents aspects distincts (réponses du sol en champ libre, réponses de la voie sous une excitation impulsionnelle, simulations d'un passage de tramway) permettant de valider les modèles pas-à-pas et d'affiner les caractéristiques mécaniques de la voie et du sol.

1.2. Positionnement de l'étude

L'analyse des vibrations générées par le trafic ferroviaire est le sujet de nombreux travaux de recherche [4, 5, 6, 7], généralement en vue de valider ou d'améliorer une configuration véhicule voie sol existante. La plupart des études concernées se focalisent soit sur le comportement véhicule/voie, notamment au niveau du contact roue/rail pour l'estimation de l'excitation due aux essieux (donnant naissance aux vibrations dans la

voie) [8, 9, 10], soit sur la propagation des vibrations dans le sol [11]. En revanche, un nombre plus réduit d'études prend en compte l'ensemble de la structure (voir article de synthèse [12]). Dans les premiers cas d'analyse, des approches simplifiées sont proposées pour la partie de la structure qui ne fait pas l'objet de l'étude particulière. Ainsi, lorsque celle-ci se focalise sur la partie "excitation", la modélisation de l'ensemble véhicule/voie peut être très détaillée. En revanche, la contribution du sol (couplage) n'est parfois pas prise en compte ou modélisée de façon très simplifiée (fondation de Winkler, [13]), et la propagation dans le sol n'est pas abordée. D'autres travaux proposent des modélisations pour les deux aspects "excitation" et "propagation" mais avec une résolution découplée, [14]. Enfin, des études sont disponibles au sujet du comportement des sols (partie "propagation") soumis à une excitation s'approchant du cas ferroviaire, [15, 6]. On peut citer le cas des charges mobiles s'appliquant directement à la surface d'un sol, ou *via* un rail (modélisé par une poutre) reposant ou non sur une semelle élastique avec prise en compte des traverses, *etc.*

Néanmoins, durant ces dix dernières années, des travaux plus détaillés ont été réalisés, principalement dédiés à l'analyse des trains à grandes vitesses, [16]. En effet, ce type de véhicules induit des vibrations importantes, voire des déplacements de rails pouvant être préjudiciables à la tenue de la structure en fatigue [17, 18, 19]. De plus, dans certains cas de sols souples, il est possible que la vitesse du train dépasse celle des ondes dans le sol (régime super-Rayleigh), et dans ce cas il peut apparaître une amplification des vibrations. D'autres études se concentrent sur la circulation d'un véhicule dans une voie enterrée (tunnel, ou voie de métro).

Pour le cas du tramway, il existe à l'heure actuelle seulement un nombre réduit d'études, on peut citer [20]. Vis-à-vis d'un train classique, le tramway correspond en effet à un véhicule se déplaçant à faible vitesse, en site urbain, et utilisant des poses spécifiques reposant souvent sur un sol hétérogène, voir figure 1. Généralement dans les études réalisées, le sol est supposé multicouche, avec l'hypothèse supplémentaire que les couches sont horizontales.

2. Modèle pour la voie et le sol

Le sol est considéré multicouche. Un chargement harmonique fixe est appliqué à la surface. L'utilisation de la transformée de Fourier à deux dimensions :

$$\tilde{f}(\beta, \gamma, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z) \cdot \exp^{-i.(\beta.x+\gamma.y)} . dx dy \quad (1)$$

permet d'écrire les équations d'équilibre dynamique (équation de Navier et relation contraintes déformations) dans le domaine des nombres d'onde horizontaux β selon la direction x et γ selon y [17, 19]. Un tilde au dessus d'une variable indique ainsi sa représentation dans le domaine des nombres d'onde. Ceci permet d'obtenir la matrice raideur de chaque couche dans le domaine transformé (méthode due à Jones [21], améliorée en termes d'efficacité numérique dans [22, 19] et appliquée ici au cas à trois dimensions).

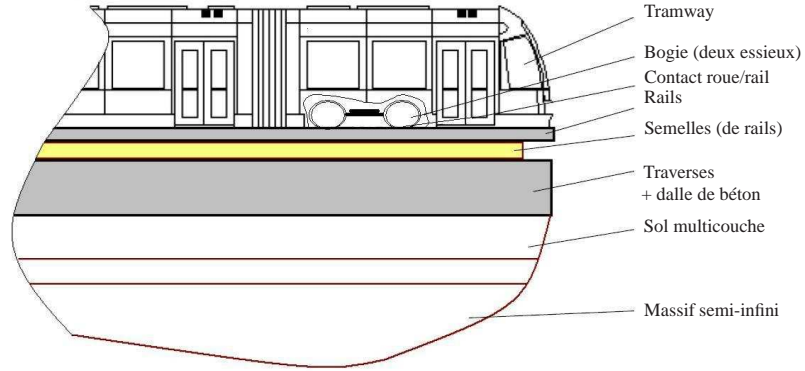


Fig. 1. Ensemble tramway–voie–sol

La matrice de flexibilité $[Q]$ (ou compliance) est obtenue dans le domaine transformé en prenant en compte la contribution de chaque couche et celle du massif semi–infini :

$$\{\tilde{U}\} = [Q] \cdot \{\tilde{\Sigma}\} \quad (2)$$

C'est une matrice carrée d'ordre $3 \cdot (n + 1)$ (n est le nombre de couches). La relation contraintes–déformations en surface donne alors ($z = 0$) :

$$\tilde{w}(\beta, \gamma, 0) \equiv \tilde{w}(0) = -Q_{33}(\beta, \gamma) \cdot \tilde{\sigma}_{zz}(\beta, \gamma, 0) \quad (3)$$

avec $Q_{33}(\beta, \gamma)$ le terme (3,3) de la matrice flexibilité, $\tilde{w}(0)$ le déplacement en surface du sol, et $\tilde{\sigma}_{zz}(\beta, \gamma, 0)$ la contrainte verticale en surface du sol. La réponse en champ libre est calculée en considérant une excitation impulsionnelle ou harmonique, sachant que les deux excitations donnent des fonctions de transfert similaires [23].

La voie repose sur le sol multicouche, figure 2. Un second modèle (plus élaboré), développé pour le cas d'une pose sur dalle flottante (la dalle de béton reposant sur un matériau élastique) n'est pas présenté ici (voir [3]). Deux efforts indépendants $P_1 \cdot \vec{z}$ et $P_2 \cdot \vec{z}$, harmoniques, s'exercent sur les rails et la rotation θ de la dalle de béton est prise en compte. Les rails sont modélisés par des poutres d'Euler–Bernoulli, les semelles de rails comme des ressorts et la dalle de béton selon une poutre prismatique droite sollicitée en torsion et flexion. La mise en équations de ce problème introduit six paramètres pour quatre équations, il est donc nécessaire d'écrire deux équations supplémentaires pour résoudre le système. Ces équations sont obtenues en considérant des conditions de couplage entre la voie et le sol. La première condition de couplage voie–sol impose que le déplacement du centre de la dalle $w_0(x)$ corresponde au déplacement du sol $w(x, 0, 0)$ sous la dalle :

$$w_0(x) = w(x, 0, 0) \quad (4)$$

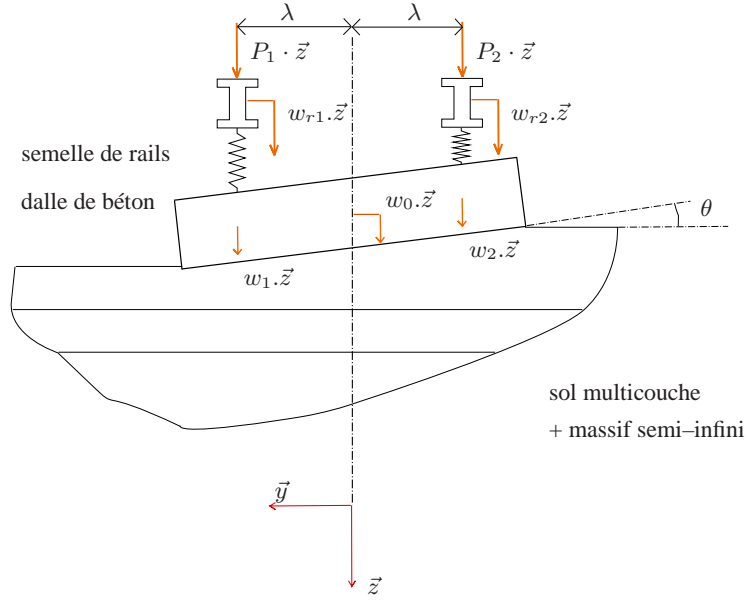


Fig. 2. Modèle analytique – Pose classique

Pour la seconde équation de couplage, on admet que la rotation $\theta(x)$ de la section droite de la dalle se retrouve au niveau du sol :

$$\theta(x) = \frac{\partial w(x, y, 0)}{\partial y} \quad (5)$$

Au final, le système à résoudre se réduit à :

$$\begin{pmatrix} A_1(\beta) & 0 & A_2(\beta) & A_4(\beta) \\ & A_1(\beta) & A_2(\beta) & -A_4(\beta) \\ & & A_3(\beta) + H_0^{-1}(\beta) & 0 \\ sym. & & & A_5(\beta) + \frac{b^2}{3} \cdot H_1^{-1}(\beta) \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \tilde{w}_{r1}(\beta) \\ \tilde{w}_{r2}(\beta) \\ \tilde{w}_0(\beta) \\ \tilde{\theta}(\beta) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Les termes de la matrice carrée précédente dépendent des paramètres de la voie, et les conditions de couplage sont visibles au niveau des termes H_0 et H_1 , faisant intervenir les caractéristiques du sol. Enfin, le système est résolu dans le domaine transformé, puis les champs spatiaux sont obtenus par transformées de Fourier inverses à une ou deux dimensions, respectivement pour la voie et le sol.

3. Confrontation modèle/mesures

La campagne expérimentale concernant les mesures vibratoires au passage d'un tram a été effectuée dans le cadre d'un programme de recherche PREDIT3, voir [24]. Le choix

des sites de mesures communs pour les vibrations et le bruit a été effectué de façon à couvrir le maximum de configurations représentatives. Globalement, la campagne expérimentale a été menée sur quatre sites différents, pour deux types de tramways (tram A : bogies à roues indépendantes - tram B : bogies avec essieux), à des vitesses stabilisées en ligne droite allant de 20 à 50 km/h. Dans un premier temps, le sol est caractérisé à l'aide de mesures à la surface du sol suivant la procédure SASW (Spectral Analysis of Surface Waves). Sous l'hypothèse d'un sol composé de couches horizontales à comportement élastique et isotrope, la procédure de mesures permet de définir avec rigueur les principales caractéristiques mécaniques de chacune des couches. Deuxièmement, la réceptance de la voie et les mobilités de transfert de la voie au sol fournissent des données relatives à la voie (raideur de la semelle, masse de la dalle de béton en particulier). Enfin, des mesures d'accélération verticales des roues d'un même bogie sont utilisées pour obtenir des données relatives aux efforts dynamiques générant les vibrations sur le rail (mesures effectuées par l'INRETS). Par ailleurs, des mesures d'accélération verticales sur le rail et à la surface du sol à différentes distances de la voie ont été effectuées au passage des tramways, de façon à rassembler une base de données suffisantes afin de caractériser au mieux les niveaux vibratoires générés dans chaque configuration de test (site-tram-vitesse).

3.1. Caractéristiques du sol

Le sol est défini suivant la procédure SASW, l'impact sur le sol est réalisé au marteau avec capteur de force et les vibrations verticales du sol sont mesurées en deux endroits (distance "impact/premier capteur" et "inter-capteurs" identique) à l'aide d'accéléromètres pour des distances allant de 0.5 à 16m du point d'impact. La phase du spectre de puissance croisé pour les deux récepteurs est utilisée pour obtenir la vitesse de l'onde de surface (onde de Rayleigh) en fonction de la fréquence ; la courbe obtenue est appelée "courbe de dispersion" parce qu'elle caractérise la dispersion géométrique de l'onde de Rayleigh lorsque le sol est hétérogène (pour un sol homogène, la vitesse de l'onde de surface ne dépend pas de la fréquence). Une attention particulière doit être prise vis-à-vis de la zone de validité des résultats (effets des ondes de volume en champ proche et de l'atténuation en champ lointain), voir [25]. Ensuite, une première procédure d'inversion, à l'aide d'un algorithme d'optimisation développé par Glenn J. Rix et Carol G. Lai ([26]), est utilisée pour définir les différents modules de Young du sol donnant un sol multicouche dont la courbe de dispersion calculée doit correspondre le mieux possible à la courbe de dispersion obtenue expérimentalement. Le modèle semi-analytique est alors utilisé pour affiner les données du sol, fournissant la possibilité de faire une seconde procédure d'inversion sur les mobilités de transfert en champ libre et de définir en particulier l'amortissement hystérétique sur chaque couche.

3.2. Passage du tramway

La campagne de mesures n'a pas permis d'établir une variation cohérente de réponses vibratoires en fonction de la vitesse du tramway (de 20 à 50km/h ou moins selon les sites) - les écarts obtenus étant du même ordre de grandeur que ceux observés pour des passages à conditions supposées identiques. Toutefois la vitesse intervient indirectement dans la caractérisation des efforts d'excitation au contact roue-rail ; en effet, ceux-ci sont liés aux paramètres de rugosité du rail et des roues qui combinés à la vitesse influent sur les amplitudes et le domaine fréquentiel des sollicitations vibratoires. Pour la définition des efforts s'exerçant au niveau des contacts roues/rails, la méthodologie suit la démarche établie par l'INRETS [24]. Dans un premier temps les fonctions de transfert entre la rugosité combinée et les parties symétrique et antisymétrique des déplacements sont utilisées pour recalculer la masse et l'inertie des essieux pour les deux rames, en utilisant les fréquences de résonance essieux/voie mesurées. Les rugosités mesurées (du rail) permettent ensuite d'obtenir par calculs les accélérations des roues et de valider au passage le modèle, par comparaison avec les mesures. Elles permettent aussi de déterminer théoriquement les accélérations des roues. Ensuite, les rugosités combinées sont déterminées indirectement, sur les deux sites pour les deux rames, à partir des accélérations d'essieux. La comparaison des rugosités combinées avec les rugosités mesurées apportent alors indirectement des informations sur les rugosités des roues (inconnues). Finalement, les efforts imposés par les roues sur les rails sont estimés dans les différentes configurations. Les contributions des différents essieux sont considérées comme non corrélées, conformément aux conclusions des mesures. Pour conserver une approche "temporelle", le passage du tramway est abordé en considérant une position initiale de la rame suffisamment éloignée du point de mesure. Ensuite, un pas de temps de 125ms est utilisé pour définir une nouvelle position du tramway, et ainsi de suite. Dès lors, pour chaque position du tramway, le déplacement vertical d'un point de la surface du sol peut être obtenu en sommant la contribution de chaque essieu, en terme de spectre de puissance. Pour simplifier l'analyse, la figure 3 présente les écarts entre les niveaux simulés et mesurés sous la forme d'une "puissance vibratoire" dans la gamme de fréquences 20–200Hz.

4. Conclusion

Au bilan, ce travail a permis de développer des modèles numériques capables de rendre compte, de façon acceptable, de la réponse vibratoire d'une voie de tramway, et ce pour une excitation de type impulsionnel ou lors d'un passage du véhicule. La connaissance du sol reste un impératif, de même que les caractéristiques de la voie, en particulier l'état de surface des roues et des rails. À l'heure actuelle, pour réduire les coûts de maintenance, les voies ballastées sont souvent remplacées par des voies sur dalle de béton [27] : les connaissances nouvelles présentées ici pourraient servir lors de ce type de remplacement de voie.

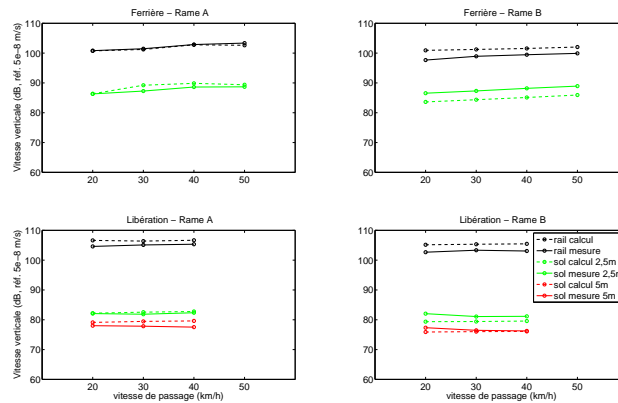


Fig. 3. Écarts des calculs par rapport aux mesures - Puissance vibratoire (dB, référence $5 \cdot 10^{-8} m/s$) estimée sur la bande de fréquences 20–200Hz

Remerciements

L'auteur tient à remercier l'ADEME pour son soutien financier dans le cadre du programme de recherche "PREDIT3 - caractérisation des sources et évaluation de la perception du bruit et des vibrations des tramways". Ces travaux sont aussi partie intégrante du programme du Groupement de recherche (GDR 2493) concernant le bruit des transports (CNRS, INRETS, LCPC, SNCF, Renault).

References

- [1] A.T. Peplow, C.J.C. Jones, and M.Petyt. Surface vibration propagation over a layered elastic half-space with an inclusion. *Applied Acoustics* doi:[10.1016/S0003-682X\(98\)00031-0](https://doi.org/10.1016/S0003-682X(98)00031-0), 56:283–296, 1999.
- [2] B. Hemsworth. Reducing groundborne vibrations : State-of-the-art study. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1999.2642](https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2642), 231(3):703–709, 2000.
- [3] M. Maldonado. *Vibrations dues au passage d'un tramway : mesures expérimentales et simulations numériques*. PhD thesis, Université de Nantes - École Centrale de Nantes, <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00356222/fr/>, 2008.
- [4] K. Knothe and Y. Wu. Receptance behaviour of railway track and subgrade. *Archive of Applied Mechanics* doi:[10.1007/s004190050179](https://doi.org/10.1007/s004190050179), 68:457–470, 1998.
- [5] X. Sheng, C.J.C. Jones, and D.J. Thompson. A theoretical study on the influence of the track on train-induced ground vibration. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/S0022-460X\(03\)00781-8](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00781-8), 272:909–936, 2004.
- [6] L. Auersch. The excitation of ground vibration by rail traffic : theory of vehicle-track interaction and measurements on high-speed lines. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/j.jsv.2004.06.017](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.06.017), 284:103–132, 2005.
- [7] G. Lombaert, G. Degrande, J. Kogut, and S. François. The experimental validation of a numerical model for the prediction of railway induced vibrations. *Journal of Sound and Vibration*

- doi:[10.1016/j.jsv.2006.03.048](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.03.048), 297:512–535, 2006.
- [8] G. Degrande and G. Lombaert. An efficient formulation of Krylov’s prediction model for train induced vibrations based on the dynamic reciprocity theorem. *Journal of Acoustical Society of America* doi:[10.1121/1.1388002](https://doi.org/10.1121/1.1388002), 110(3):1379–1390, 2001.
 - [9] X. Sheng, C.J.C. Jones, and D.J. Thompson. A comparison of a theoretical model for quasi-statically and dynamically induced environmental vibration from trains with measurements. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/S0022-460X\(03\)00728-4](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00728-4), 267:621–635, 2003.
 - [10] X. Sheng, C.J.C. Jones, and D.J. Thompson. A theoretical model for ground vibration from trains generated by vertical irregularities. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/j.jsv.2004.01.006](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.01.006), 272:937–965, 2004.
 - [11] L. Auersch. Wave propagation in layered soils : theoretical solution in wavenumber domain and experimental results of hammer and railway traffic excitation. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1994.1228](https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1228), pages 233–264, 1994.
 - [12] G. Lombaert, G. Degrande, B. Vanhauwere, B. Vandebrorgh, and S. François. The control of ground-borne vibrations from railway traffic by means of continuous floating slabs. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/j.jsv.2006.05.013](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.05.013), 297:946–961, 2006.
 - [13] T.X. Wu and D.J. Thompson. The effects of local preload on the foundation stiffness and vertical vibration of railway track. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1998.1939](https://doi.org/10.1006/jsvi.1998.1939), 219(5):881–904, 1999.
 - [14] S. Datoussaïd, B. DeStaedeleer, O. Verlinden, and C. Conti. Vehicle–track interaction and ground propagation of vibrations for urban vehicles. *European Journal of Mechanical Engineering*, 45(2):87–93, 2000.
 - [15] L. Auersch. Dynamics of the railway track and the underlying soil : the boundary element solution, theoretical results and their experimental verification. *Vehicle System Dynamics* doi:[10.1080/00423110412331307663](https://doi.org/10.1080/00423110412331307663), 43 (9):671–695, 2005.
 - [16] A.M. Kaynia, C. Madshus, and P. Zackrisson. Ground vibration from high speed trains: prediction and countermeasure. *Journal of Geotechnical and Environmental Engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(03\)00061-7](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(03)00061-7), pages 531–537, 2000.
 - [17] B. Picoux. *Etude théorique et expérimentale de la propagation dans le sol des vibrations émises par un trafic ferroviaire*. PhD thesis, Université de Nantes - Ecole Centrale de Nantes, 2002.
 - [18] B. Picoux, R. Rotinat, J.P. Regoin, and D. Le Houédec. Prediction and measurements of vibrations from a railway track lying on a peaty ground. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/S0022-460X\(03\)00725-9](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00725-9), 267:575–589, 2003.
 - [19] B. Picoux and D. Le Houédec. Diagnosis and prediction of vibrations from railway trains. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/j.soildyn.2005.07.002](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2005.07.002), 25 (12):905–921, 2005.
 - [20] P. Van Den Broeck. *Prediction model for ground-borne vibrations due to railway traffic*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2001.
 - [21] D.V. Jones. *The surface propagation of ground vibration*. PhD thesis, University of Southampton, ISVR, 1987.
 - [22] G. Lefeuvre-Mesgouez, A.T. Peplow, and D. Le Houédec. Surface vibration due to a sequence of high speed moving harmonic rectangular loads. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(02\)00034-9](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(02)00034-9), 22(6):459–473, 2002.
 - [23] L. Auersch. Simplified methods for wave propagation and soil-structure interaction : the dispersion of layered soil and the approximation of fe-bem results. *Proceedings of Eurodyn 2005*, pages 1303–1308, 2005.
 - [24] M.A. Pallas, C.P. Bertin, O. Chiello, J. Lelong, P. Champelovier, J. Lambert, T. Legouis, D. Le Houédec, M. Maldonado, D. Thijssen, and J.P. David. Caractérisation des sources et évaluation de la perception du bruit et des vibrations des tramways. *Programme PREDIT "bruit des transports terrestres" - Rapport final*, 2007.
 - [25] S. Foti. *Multistation methods for geotechnical characterisation using surface waves*. PhD thesis, Politecnico di Torino, Italy, 2000.
 - [26] C.G. Lai and G.J. Rix. Simultaneous inversion of Rayleigh phase velocity and attenuation for near-surface site characterisation. *National Science Foundation and U.S. Geological Survey*, 1998.
 - [27] L. Auersch. Vehicle–track–interaction and soil dynamics. *Vehicle System Dynamics Supplement* doi:[10.1080/00423119808969586](https://doi.org/10.1080/00423119808969586), 28:553–558, 1998.