
Nouvelle loi non linéaire d'endommagement par fatigue basée sur la courbe de Bastenaire

B. Tikri, N. Nadjitonon, J.L. Robert

*IUT de Montluçon
Département Génie Mécanique et Productique
Laboratoire de Mécanique et Ingénieries (LaMI)
B.P. 2235 Avenue Aristide Briand
03101 MONTLUCON CEDEX FRANCE*

bartholotikri@yahoo.fr ; nnadjito@yahoo.fr ; robert@moniut.univ-bpclermont.fr

Section de rattachement : 60

Secteur : Secondaire

RESUME. Cet article porte sur l'amélioration de la loi non linéaire d'endommagement par fatigue de Chaboche. Il s'agit d'apporter une solution au problème de la dépendance des paramètres de la loi vis-à-vis de la courbe S-N du matériau utilisée pour leur obtention. La détermination des paramètres, ou calage de la loi, présente en effet l'inconvénient de lisser par régression linéaire les points de la courbe S-N dans un espace particulier propre à la loi, appelé espace de calage. Ce faisant, la loi s'appuie sur les points de la droite de régression, différents de ceux de la courbe S-N réelle du matériau. L'évolution du dommage par fatigue et par suite la durée de vie, s'en trouvent donc modifiées. L'idée directrice est de développer un nouveau modèle de loi d'endommagement, tel que la courbe S-N générée par ce formalisme soit identique à celle utilisée pour décrire le comportement en fatigue du matériau sous amplitude constante. Il s'agit en l'occurrence du modèle de la courbe S-N de Bastenaire dans le cas présent.

MOTS-CLES : fatigue uniaxiale; loi d'endommagement; durée de vie; calage, Bastenaire.

1. Introduction

L'existence dans la littérature d'un nombre important de lois d'endommagement pour la prévision de durée de vie en fatigue des structures soumises à des chargements variables en service illustre bien en fait les difficultés d'obtention d'une loi universelle de prévision de durée de vie (Ngargueudedjim 2003). Bien que le phénomène de rupture

par fatigue des composants mécaniques soumis à des sollicitations mécaniques cycliques ait été découvert il y a plus d'un siècle par Wöhler, ce type d'avarie demeure toujours un événement difficile à appréhender en termes de fiabilité. Pourtant, de nombreux progrès ont été réalisés tant au niveau de sa caractérisation phénoménologique que de la compréhension de ses mécanismes.

Parmi les lois d'endommagement proposées depuis plusieurs décennies, il en est une, la loi de Chaboche, qui a toujours semblé prometteuse même si son application pratique soulève quelques problèmes. Les aspects attractifs de cette loi sont multiples : évolution et cumul non linéaires du dommage, influence des "petits" cycles (cycles au-dessous de la limite d'endurance) dès que le dommage est initié, effet de séquence (influence de l'ordre d'apparition des cycles) et effet de la contrainte moyenne (Lemaitre et al., 2004). La mise en œuvre de la loi de Chaboche se heurte à un problème important du point de vue des paramètres matériau à déterminer. Elle nécessite la connaissance de la courbe S-N du matériau dont elle réalise une régression linéaire dans un repère particulier propre à la loi. Ce faisant, elle modifie notablement la courbe S-N et s'écarte par conséquent du comportement réel du matériau. C'est à l'étude et à la résolution de cet inconvénient que s'est attaché ce travail. Dans un premier temps sont présentés le problème du calage de la loi de Chaboche et son incidence sur les prévisions de durée de vie. Une alternative est alors proposée par une modification du formalisme de la loi afin de faire disparaître sa sensibilité au domaine de calage

2. Présentation de la loi de Chaboche

La mise en œuvre de la loi de Chaboche est ici présentée, elle permet de mettre en évidence le problème rencontré lors de son calage.

2.1. Expression différentielle de la loi

L'incrément δD du dommage par fatigue généré par δN cycles d'amplitude σ_a et de valeur moyenne σ_m est donnée par :

$$\delta D = \left[1 - (1 - D)^{\beta + 1} \right]^{\alpha} \left[\frac{\sigma_a}{M_0 (1 - b\sigma_m)(1 - D)} \right]^{\beta} \delta N \quad [1]$$

où : – b , β et M_0 sont des coefficients propres au matériau ; b est la pente du diagramme de Haigh de traction, modélisé linéairement suivant :

$$\sigma_A(\sigma_m) = \sigma_{-1}(1 - b\sigma_m)$$

– $\sigma_A(\sigma_m)$ est l'amplitude de la limite de fatigue du matériau sous contrainte moyenne σ_m , σ_{-1} est la limite de fatigue du matériau en traction alternée symétrique ($R = -1$)

– le coefficient α est défini par :

– pour un cycle situé au-dessus de la limite d'endurance du matériau (et appelé "grand" cycle) : $\sigma_a > \sigma_A(\sigma_m)$

$$\alpha = 1 - a \left\langle \frac{\sigma_a - \sigma_A(\sigma_m)}{Rm - \sigma_m - \sigma_a} \right\rangle = 1 - a \frac{\sigma_a - \sigma_A(\sigma_m)}{Rm - \sigma_m - \sigma_a}$$

– pour un "petit" cycle ($\sigma_a \leq \sigma_A(\sigma_m)$) :

$$\alpha = 1 - a \left\langle \frac{\sigma_a - \sigma_A(\sigma_m)}{Rm - \sigma_m - \sigma_a} \right\rangle = 1$$

2.2. Intégration de la loi différentielle

Le cumul de dommage est réalisé cycle par cycle pour l'ensemble des cycles rencontrés au cours du chargement. La durée de vie du matériau est établie par intégration de la loi différentielle d'endommagement [1] en sachant que le dommage initial est nul (matériau vierge) et qu'il atteint l'unité lorsque l'amorçage de fissure apparaît. Les valeurs distinctes du paramètre α en fonction du type de cycle rencontré ("petit" ou "grand" cycle) génèrent deux formalismes différents d'intégration du dommage.

2.2.1. Intégration du dommage dans le cas d'un petit cycle

L'application du petit cycle défini par (σ_a, σ_m) , fait évoluer le dommage de la valeur D_i à la valeur D_j . L'intégration du dommage s'exprime dans ce cas par :

$$\frac{1}{\beta + 1} \ln \left(\frac{1 - (1 - D_j)^{\beta + 1}}{1 - (1 - D_i)^{\beta + 1}} \right) = \left[\frac{\sigma_a}{M_0(1 - b\sigma_m)} \right]^{-\beta} \quad [2]$$

$$\text{En posant } \begin{cases} X_i = [1 - (1 - D_i)^{\beta + 1}]^a \\ X_j = [1 - (1 - D_j)^{\beta + 1}]^a \end{cases}, \quad [3]$$

le cumul du dommage, après application du petit cycle (σ_a, σ_m) , s'écrit alors :

$$X_j = X_i \cdot e^{aM_0^{-\beta}(\beta+1) \left[\frac{\sigma_a}{(1-b\sigma_m)} \right]^\beta} \quad [4]$$

X apparait ainsi comme une fonctionnelle du dommage dont la particularité est de s'annuler ou d'être égale à l'unité en même temps que D . Il faut noter que si le niveau d'endommagement D_i est nul au départ, il le reste à l'issue de l'application du petit cycle. Les petits cycles ne participent donc à l'endommagement du matériau qu'une fois cet endommagement initié.

2.2.2. Intégration du dommage dans le cas d'un grand cycle

L'application d'un grand cycle défini par (σ_a, σ_m) , fait passer le dommage du matériau de la valeur D_i à la valeur D_j . L'intégration du dommage s'exprime alors par :

$$\left[1 - (1 - D_j)^{\beta+1} \right]^{-\alpha} - \left[1 - (1 - D_i)^{\beta+1} \right]^{-\alpha} = (1 - \alpha)(1 + \beta) \left[\frac{\sigma_a}{M_0(1 - b\sigma_m)} \right]^\beta \quad [5]$$

Sous amplitude constante, l'intégration conduit à l'expression de la courbe S-N au sens de la loi de Chaboche ; celle-ci est donnée par :

$$N_f = \frac{1}{aM_0^{-\beta}(1 + \beta)K} \left[\frac{(1 - b\sigma_m)}{\sigma_a} \right]^\beta \quad [6]$$

où :

$$K = \frac{1 - \alpha}{a} = \frac{\sigma_a - \sigma_A(\sigma_m)}{R_m - \sigma_m - \sigma_a}$$

N_f est le nombre de cycles à l'amorçage d'une fissure au sein du matériau sous le chargement d'amplitude constante défini par le cycle (σ_a, σ_m) .

En posant à nouveau $X_i = \left[1 - (1 - D_i)^{\beta+1} \right]^\beta$ et $X_j = \left[1 - (1 - D_j)^{\beta+1} \right]^\beta$, l'équation [5] de l'intégration du dommage se traduit par :

$$X_j^{K_j} = X_i^{K_j} + \frac{1}{N_f} \quad [7]$$

3. Principe du calage de la loi

Le cumul de dommage réalisé dans les cas d'un petit cycle et d'un grand cycle (équations [4], [6] et [7] respectivement), nécessite la détermination des paramètres matériau β et $aM_0^{-\beta}$. Cette étape constitue le calage de la loi.

L'application d'une sollicitation de traction-compression alternée symétrique d'amplitude constante ($\sigma_m = 0$; $R = -1$) simplifie l'expression [6] de la durée de vie N_f du matériau :

$$N_f = \frac{1}{aM_0^{-\beta}(\beta+1)K} \left(\frac{1}{\sigma_a} \right)^\beta \quad [8]$$

$$\text{soit : } \ln(N_f \cdot K) = -\beta \ln \sigma_a - \ln(aM_0^{-\beta}(\beta+1)) \quad [9]$$

$$\text{ou encore : } Y = AX + B \quad \text{avec : } \begin{cases} Y = \ln(K \cdot N_f) \\ X = \ln \sigma_a \\ B = -\ln(aM_0^{-\beta}(\beta+1)) \\ A = -\beta \end{cases}$$

Les valeurs de σ_a et de N_f à retenir pour la détermination de ces paramètres sont celles des points de la courbe S-N de Bastenaire en traction alternée symétrique. La sélection de l'ensemble des points de la courbe S-N connue ou d'une partie d'entre eux seulement définit ce qu'on appelle la fenêtre de calage de la loi.

La courbe S-N sous-tendue par la loi d'endommagement de Chaboche est donc d'après l'équation [9] une droite dans le repère $(\ln \sigma_a ; \ln(K \cdot N_f))$, repère appelé par la suite espace de calage. Pour obtenir les deux coefficients $aM_0^{-\beta}$ et β nécessaires à l'intégration du dommage, les points de la courbe S-N du matériau (exprimée à l'aide du modèle de Bastenaire) sont placés dans l'espace de calage (figure 1). Une régression linéaire de l'ensemble de ces points où d'une partie d'entre eux conduit en pratique à la détermination de $aM_0^{-\beta}$ et de β .

Le problème essentiel du calage de la loi de Chaboche réside dans le fait que la courbe S-N de Bastenaire du matériau n'est pas linéaire dans l'espace de calage, que l'on prenne comme fenêtre de calage la totalité de la courbe ou seulement une partie. Aucune directive précise n'est formulée par l'auteur de la loi [Lemaitre et al., 2004]. Cela a pour effet pratique de générer en fatigue uniaxiale d'amplitude constante des prévisions de durée de vie nettement différentes de celles correspondant à la courbe S-N intrinsèque du matériau. L'utilisation, en fatigue uniaxiale d'amplitude variable, d'une loi qui ne corresponde pas à la courbe S-N du matériau en fatigue sous amplitude constante est un défaut dans son principe.

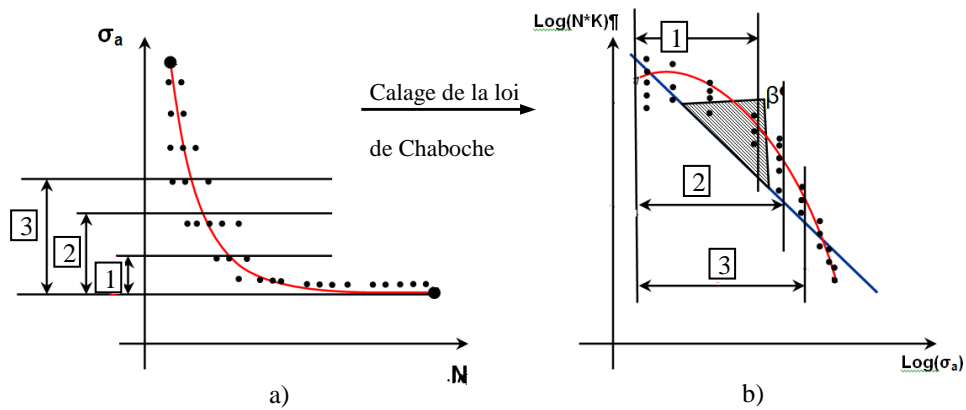


Figure 1. Principe du calage de la loi de Chaboche (Zaim et al., 2006) : l'ensemble des points de la courbe S-N de Bastenaire sont placés dans l'espace de calage. Le calage par régression linéaire peut porter sur l'ensemble des points ou seulement sur une fraction d'entre eux (fenêtre de calage)

4. Nouvelle proposition de loi d'endommagement

La loi de Chaboche a principalement été appliquée, souvent avec succès, à des séquences contenant deux blocs de chargement communément appelées séquences Haut-Bas ou Bas-Haut selon l'intensité relative des niveaux de contrainte successifs [Lemaitre et al., 2004].

L'inconvénient de la loi vis-à-vis de son calage fait qu'elle ne peut être utilisée en l'état. Suivant la fenêtre de calage retenue, les durées de vie calculées varient de façon très importante. Le défaut du formalisme de la loi de Chaboche relève en réalité du fait que la courbe S-N du matériau au sens de la loi est une droite dans le repère de calage, ce qui ne correspond pas aux courbes S-N usuelles des matériaux (modèle de Bastenaire utilisé ici, mais aussi ceux de Wöhler, de Basquin ou de Stromeier (Tikri 2007).

Autrement dit, le problème de la sensibilité de la loi vis-à-vis de la fenêtre de calage utilisée, revient au fait que la courbe S-N réelle du matériau ne correspond pas à celle stipulée par la loi, à savoir une droite dans l'espace de calage. Partant de ce constat, l'idée directrice du travail réalisé consiste à modifier le formalisme de la loi afin de retrouver la courbe S-N réelle du matériau lorsqu'est réalisé le cumul du dommage sous chargement d'amplitude constante.

Le modèle proposé utilise ici aussi la contrainte comme paramètre mécanique d'état, et il lie l'accroissement δD du dommage D au nombre δN de cycles l'ayant généré sous la forme différentielle suivante :

$$\delta D = \left[1 - (1-D)^{\beta+1} \right]^{\alpha} \frac{1}{(1-D)^{\beta}} \left[\frac{R_m - \sigma_a - \sigma_m}{\sigma_a - \sigma_A(\sigma_m)} \cdot \frac{\sigma_{\infty}(\sigma_m) - \sigma_D}{\left(\frac{\sigma_{\infty}(\sigma_m) - \sigma_D}{B} \right)^c} \right] \delta N \quad [10]$$

Les variables utilisées pour cette loi sont analogues à celles qui l'ont été pour le modèle de Chaboche. La seule nouvelle variable, notée σ_{∞} , représente l'ordonnée à l'origine du diagramme de Goodman passant par le point représentatif du cycle analysé. Cette variable a donc pour expression : $\sigma_{\infty} = \sigma_a - b\sigma_{-1} \sigma_m$; la pente b de la droite de Goodman est en général déterminée à partir des limites de fatigue en traction alternée symétrique et en traction répétée (σ_{-1} et σ_0 respectivement). L'intégration conduit à la courbe S-N modélisée par Bastenaire d'expression :

$$N_f = \frac{1}{a(\beta+1)(\sigma_{\infty}(\sigma_m) - \sigma_D)} \cdot e^{-\left(\frac{\sigma_{\infty}(\sigma_m) - \sigma_D}{B} \right)^c} \quad [11]$$

B et C sont les paramètres du modèle de Bastenaire, calculés par lissage des points expérimentaux ayant servi à la détermination de la courbe S-N du matériau.

5. Comparaison de la nouvelle loi proposée avec la loi de Chaboche calée sur plusieurs fenêtres différentes et avec la loi de Miner

Les prévisions de durée de vie sont faites pour l'acier 20MV6 soumis à la séquence de chargement d'amplitude variable CARLOS LATERAL, servant de référence dans l'industrie automobile.

Le calage de la nouvelle loi sur la courbe S-N de Bastenaire du matériau conduit à des prévisions se démarquant fortement, surtout pour les niveaux de contrainte importants, de celles obtenues par la loi de Chaboche. Les prévisions obtenues grâce à la loi linéaire de Miner sont également représentées (figure 2). Le nouveau modèle proposé donne des prévisions de durée de vie intermédiaires entre celles de la loi de Miner et celles de la loi de Chaboche dans le domaine de l'endurance limitée.

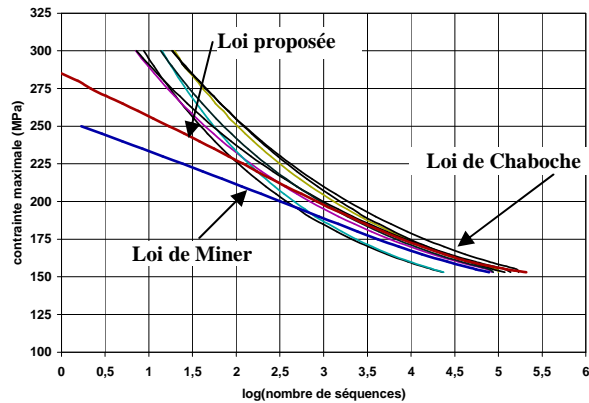


Figure 2. Courbes de Gassner obtenues par l'utilisation de la loi de Chaboche, de la loi de Miner et de la nouvelle proposition de loi d'endommagement pour le matériau 20MV6 soumis à la séquence de chargement CARLOS LATERAL (Tikri 2007)

Conclusion

Un nouveau formalisme de loi non linéaire d'endommagement par fatigue a été proposé. Il constitue une alternative à la loi de Chaboche car il permet de s'affranchir du problème de calage, rencontré pour cette dernière, sur les données matériau que constitue sa courbe S-N. La nouvelle loi donne ainsi des prévisions de durée de vie en coïncidence avec la courbe S-N du matériau en fatigue uniaxiale d'amplitude constante ; elle conserve par ailleurs l'essentiel des caractéristiques de la loi de Chaboche : effet de séquence, influence de la contrainte moyenne et cumul non linéaire du dommage.

Bibliographie

Lemaitre J., Chaboche J.L. *Mécanique des matériaux solides*, 2^{ème} édition, Paris, Dunod, 2004. 544 p.

Ngargueudedjim K., Contribution à l'étude des lois d'endommagement en fatigue, Thèse de doctorat de l'INSA de Lyon N° 03 ISAL 0025, 2003.

Tikri B., Etude et amélioration de la loi d'endommagement non linéaire de Chaboche, Master Recherche Mécanique des Solides, Université Blaise Pascal, juin 2007.

Zaim S., Huther I., Flavenot J.F., Robert J.L., Fatigue life prediction of notched component under uniaxial variable amplitude loading. Proceedings of the 11th International Spring Meeting, Residual fatigue life and life extension of in-service structures. Paris. May-June 2006.