

---

# Étude bidimensionnelle de la répartition des charges par photoélasticimétrie pour un système bille-gorge

**Romuald Bertolaso \*\*\*, Mohammed Cheikh \*\*, Thierry Simon\*\***

\* Université de Toulouse , Mines Albi, CROMeP,  
Campus Jarlard, 81013 Albi cedex 09, France

\*\* Université de Toulouse ; UTM-IUT de Figeac ; LRP-mip (Laboratoire de recherche pluridisciplinaire du nord-est de Midi-Pyrénées) ; Avenue de Nayrac, F-46100, FIGEAC, France.

*bertolas@enstimac.fr ; mcheikh@univ-tlse2.fr ; thierry.simon@univ-tlse2.fr*

**Sections de rattachement : 60**

**Secteur : Secondaire**

*RÉSUMÉ. Ce travail concerne l'étude de la répartition des contraintes d'une bille dans une gorge gothique. Pour cela, un modèle numérique bidimensionnel par éléments finis est construit sur ABAQUS et validé à partir d'essais expérimentaux. La méthode de mesure utilisée permettant de mettre en évidence la répartition de charge dans le volume est la photoélasticimétrie. On compare alors les franges expérimentales aux franges numériques calculées à l'aide des résultats du modèle éléments finis.*

*MOTS-CLÉS : contact, distribution de charge, éléments finis, photoélasticimétrie.*

## **1. Introduction**

Depuis ces dernières années, les vis à billes sont de plus en plus utilisées dans les systèmes mécaniques car elles présentent une grande efficacité mécanique et une grande puissance de transmission. La vis à billes de cette étude fait partie des actionneurs du plan horizontal des avions. La fonction de mobilité du plan arrière est assurée par le déplacement d'un écrou le long de la vis grâce à un système de re-circulation de billes. La notion de contact entre les billes, la vis et l'écrou, ainsi que la distribution de charge dans le système, sont deux aspects importants (Huang et al., 1997). Notre étude consiste à développer un modèle numérique par éléments finis permettant d'évaluer la

distribution des contraintes et de prévoir la durée de vie de cet élément. La géométrie étant complexe, nous avons choisi d'étudier 2 modèles à géométrie simplifiée : d'une part un modèle 2D en contraintes planes et d'autre part un modèle 3D d'une butée à billes. Dans les 2 cas, les données numériques sont comparées aux résultats expérimentaux obtenus par photoélasticimétrie 2D (Avril 1984) et 3D (Dupré et al., 1997, Germaneau et al., 2007).

Dans cet article, nous présentons uniquement la première étude 2D concernant la répartition des contraintes dans le montage bille/gorge. Ce montage a pour avantage d'être un zoom sur une bille en contact avec la vis. Cela permet une meilleure visualisation de la zone de contact et des iso-valeurs. Le fait de travailler sur une seule bille permet de connaître parfaitement la charge appliquée au système. Les objectifs de ce montage sont l'estimation de la variation et de la répartition des charges, de l'angle de contact et de la pression de contact, suivant la direction de charge. Nous donnons section 2 un rappel des conditions d'expérimentation en photoélasticimétrie, puis en section 3 une évaluation théorique de l'angle de contact, en section 4 nous présentons des éléments de la simulation numérique et avant une brève conclusion (section 6), nous donnons quelques résultats en section 5.

## **2. Partie expérimentale : la photoélasticimétrie 2D**

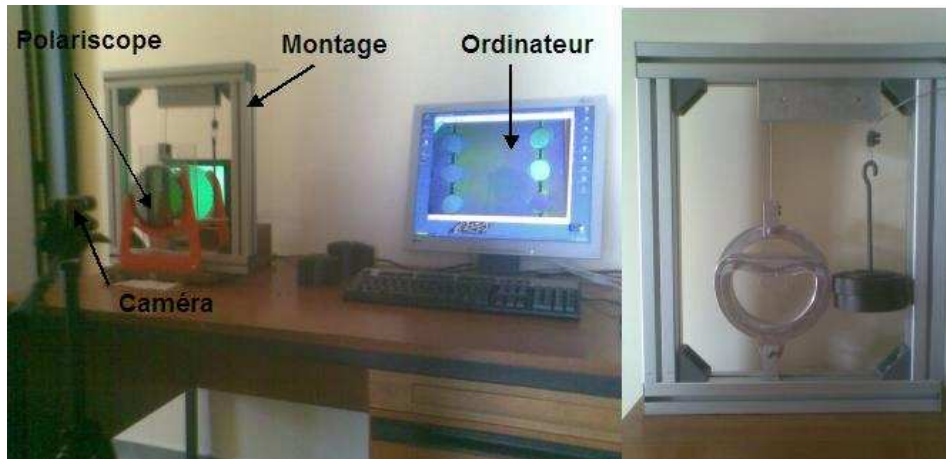
La photoélasticimétrie est une technique expérimentale de mesure des contraintes. Cette technique est basée sur les phénomènes de biréfringence du matériau et de polarisation de la lumière (Avril 1984). On a recours à la photoélasticimétrie afin d'élaborer des hypothèses plausibles sur les conditions aux limites ou pour vérifier les résultats obtenus par le calcul. C'est dans cette optique que nous avons choisi cette technique.

### **2.1. Identification du matériau**

Les matériaux des éprouvettes réalisées ont été choisis afin de répondre correctement aux exigences optiques de la photoélasticimétrie. Les éprouvettes usinées sont en PMMA. Elles ont pour épaisseur  $e=5\text{mm}$  avec un module d'Young  $E=2.25\text{GPa}$  et un coefficient photoélastique  $C=4.9\text{Bw}$ . Le module d'Young ainsi que le coefficient photoélastique de ce matériau sont identifiés à l'aide d'essais de traction (Germaneau et al., 2008). La réalisation de l'éprouvette montre une forte sensibilité du matériau à l'usinage. Nous observons des précontraintes importantes au niveau des zones usinées. Un traitement thermique du matériau s'est avéré nécessaire afin d'éliminer ces précontraintes (Germaneau 2007).

## 2.2. Banc d'essai expérimental 2D

Dans notre étude, le banc d'essai représenté sur la figure 1, correspond à un polariscope circulaire associé à un système d'enregistrement des résultats (caméra CDD couleur) et d'un système de charge.

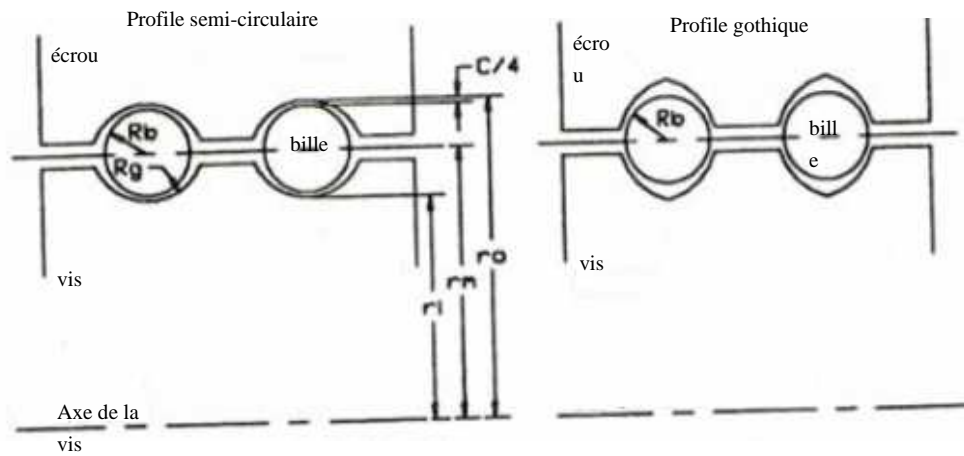


*Figure 1.* Banc d'essai photoélastique et montage 2D

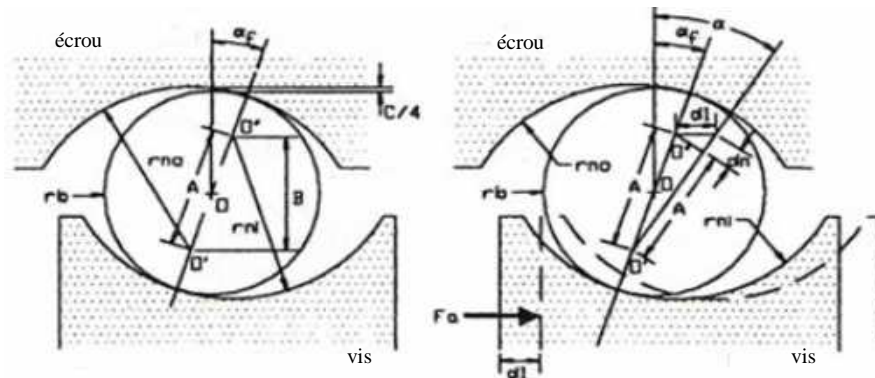
Les différences de contraintes doivent être constantes dans l'épaisseur, d'où l'analyse de modèles plans de faible épaisseur. Le montage est constitué : de la gorge gothique de la vis, et d'une bille. Il va nous permettre d'étudier l'influence de l'angle de contact dans cette distribution de charge. Pour ce montage, la partie inférieure de l'éprouvette est fixée alors qu'une force de traction est imposée sur la partie supérieure de l'éprouvette. La force exercée a été choisie afin de ne pas dépasser la limite d'élasticité du matériau.

## 3. Angle de contact : solution analytique

Plusieurs méthodes existent pour définir l'angle de contact ainsi que les forces agissant sur les billes d'une vis à billes. L'une d'elles est basée sur le concept du " medial axis transform " (MAT) (Huang et al., 1997). MAT est un moyen élégant de décrire un objet complexe par une forme simple utilisant leurs axes médians et une fonction scalaire. Dans un premier temps, il est nécessaire de caractériser l'hélice du filetage afin de calculer l'angle de contact et les forces de contact par la suite. Les plus communes formes de filetage décrivant les vis à billes sont le semi-circulaire (un arc circulaire de chaque cotés) et le profile gothique (2 arcs de cercle de même rayon de chaque cotés) comme le montre la figure 2. Le filetage de la vis à billes peut-être vu comme une surface cylindrique enveloppé autour et le long de l'axe de la vis (Huang et al., 1997).



**Figure 2 .** Profil commun utilisé pour le filetage de la vis et de l'écrou (Huang et al., 1997)



**Figure 3 .** Angle de contact libre et angle de contact sous charge (Huang et al., 1997)

La figure 3 nous permet de calculer l'angle de contact  $\alpha_f$  sans charge en fonction du débattement, puis, l'angle de contact  $\alpha$ , sous charge axiale  $F_a$ .

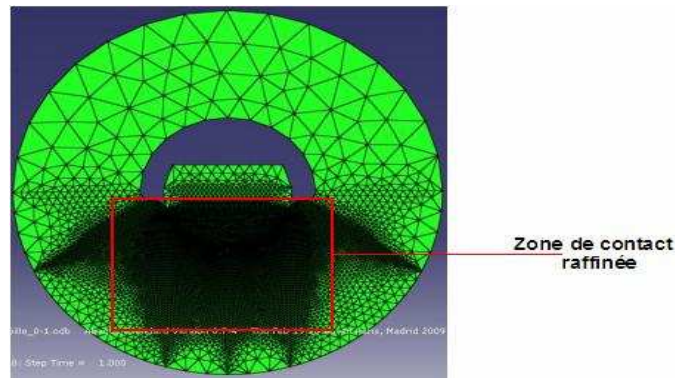
$$\alpha_f = \cos^{-1}(1 - (C/2A)) \quad [1]$$

$$\cos \alpha = (A \cos \alpha_f) / (A + d_n) \quad [2]$$

Avec :  $A = r_{ni} + r_{no} - 2r_b$

#### 4. Simulation numérique

Nous avons modélisé une seule bille dans une gorge gothique dont nous avons fait varier l'orientation afin de voir l'influence de l'angle d'attaque de la force sur la pression de contact. On applique un déplacement uniaxial suivant l'axe Oy et on considère que la surface externe du disque est encastrée (figure 4). L'ensemble est maillé par 19571 éléments CPS3 triangulaires linéaires en contraintes planes avec des zones raffinées au niveau des zones de contact.

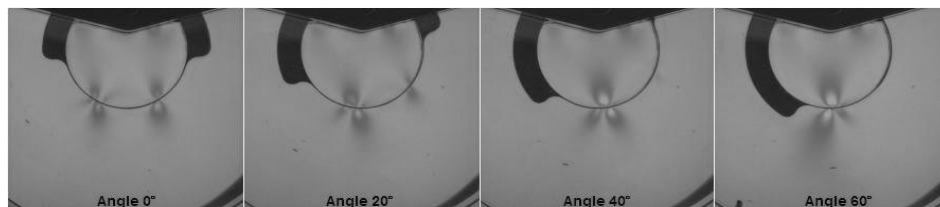


*Figure 4* . Maillage du modèle étudié

Pour valider expérimentalement ce modèle par photoélasticimétrie, les franges expérimentales isochromes seront comparées aux franges calculées à partir des différences de contraintes principales simulées (Germaneau et al., 2008).

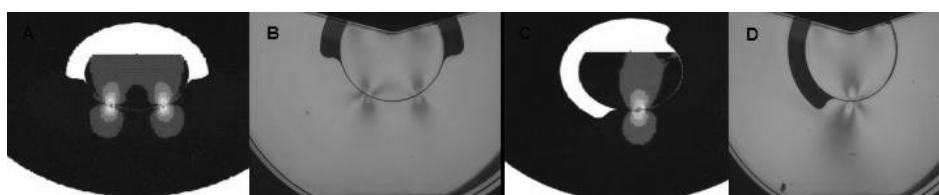
#### 5. Résultats

Le montage suivant représente une bille dans une gorge gothique similaire au profil réel, à une échelle supérieure afin d'observer plus distinctement les franges. On applique également une force de traction uniaxiale suivant l'axe Oy de  $F=50\text{N}$ . La figure 5 montre les franges photoélastiques pour différentes orientations de la gorge ( $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $40^\circ$  et  $60^\circ$ ).



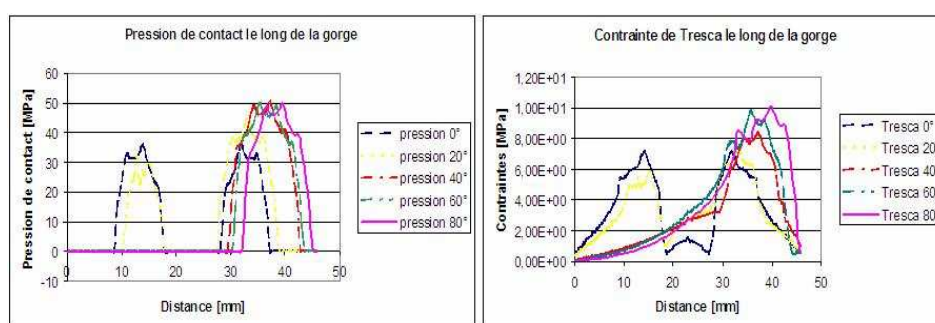
*Figure 5* . Franges photoélastiques 2D de  $0^\circ$  à  $60^\circ$

On remarque logiquement que les points de contact et donc la répartition des efforts évoluent en fonction de cette orientation. Les deux premiers cas correspondent à deux zones de contact, une sur chaque arête du contour gothique. Pour l'angle de 20°, on peut voir une augmentation des franges sur l'arête gauche qui implique une augmentation des contraintes dans cette zone. Pour un angle de 40° et 60°, le contact se limite à un seul point (sur l'arête gauche) avec une augmentation des franges et avec l'augmentation de l'angle. La figure 6 montre la comparaison des franges numériques et expérimentales pour un angle de 0° et 60° et une force F=50N.



**Figure 6 .** Franges numériques et expérimentales : 0° et 60°

Les images A et C représentent les franges numériques alors que les images B et D représentent les franges expérimentales. Il y a une bonne correspondance entre l'expérimental et le numérique pour 0° et plus approximative pour 60° probablement due à un défaut local de forme. Néanmoins l'ordre de franges étant conservé, l'amplitude des contraintes reste identique. On peut donc utiliser les résultats de la simulation pour évaluer le comportement de la répartition de charge avec la variation de l'angle de la force. La figure 7 représente la pression de contact (gauche) ainsi que les contraintes de Tresca (droite) pour cinq configurations différentes : 0°, 20°, 40°, 60° et 80° pour une même force F=50N.



**Figure 7 .** Pression de contact/Contraintes de Tresca pour différentes valeurs d'angles

On retrouve de manière quantitative les résultats et les conclusions énoncées précédemment. On remarque que l'angle de contact ne varie pas quelque soit l'angle de l'application de la charge. On retrouve le même angle de contact numériquement et analytiquement (équation (Avril 1984)) à une erreur près constante. En effet, comme le montre le tableau 1 suivant, la surface de contact numérique et analytique évolue bien en fonction de la force appliquée. On suppose que cet écart est dû à l'hypothèse de prendre  $d_1 = d_n$  (figure 3) dans l'équation [2].

	calcul analytique	calcul numérique
Surface de contact pour 5Kg	15.4mm	15.1mm
Surface de contact pour 10Kg	17.2mm	16.9mm

**Tableau 1** . Angle de contact pour un cas de charge

## 6. Conclusion et perspectives

Dans ce travail, une éprouvette 2D modélisant un zoom du système vis à billes représentant une seule bille dans sa gorge a été analysée par photoélasticimétrie et confrontée à un modèle numérique par éléments finis.

La comparaison des résultats expérimentaux et numériques nous a permis de valider les conditions aux limites. Nous avons également mis en évidence l'influence de l'angle de contact sur cette même répartition de charges. La prochaine étape est de valider nos calculs 3D représentant la vis à billes grâce avec la photoélasticimétrie 3D par découpage optique.

## Bibliographie

Avril J., « Encyclopédie d'analyse des contraintes », Micromesures, 1984.

Dupré J.C. Lagarde A., « Photoelastic analysis of a three-dimensional specimen by optical slicing and digital image processing », Exp. Mech. 37(4), 393-397, 1997.

Germaneau A., « Développement de techniques de mesure dans le volume : photoélasticimétrie 3D par découpage optique et corrélation volumique par tomographie optique et rayons X. Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux » Université de Poitiers, le 30 novembre 2007.

Germaneau A., Doumalin P., Dupré J.C., « 3D Photoelasticity and Digital Volume Correlation applied to 3D mechanical studies », In Proc. ICEM 13, Alexandroupolis, Greece, 2007.

Germaneau A., Peyruseigt F., Mistou S., Dalverny O., Doumalin P., Dupré J.C., « Experimental validation of a spherical plain bearing numerical model by scattered light photoelasticity », In Proc. IMechE Vol. 222 (5) Part J: J. Engineering Tribology, 647-656, 2008.

Huang T., Ravani B., « Contact Stress Analysis in Ball Screw Mechanism using the Tubular Medial Axis Representation of Contacting Surfaces », Journal of Mechanical Design, 119:1:8:14, 1997.